

Aplicación de un modelo de optimización no lineal sujeto a restricciones, para la optimización del Lay out de tiendas departamentales.



MC *Mauricio Carvallo Pontón*

Gracias a la dependencia lineal existente entre la productividad de un departamento y su espacio en piso de ventas, es posible construir una ecuación cuadrática que proporcione la Utilidad Bruta Total de una Tienda Departamental, a la cual fácilmente se puede encontrar un máximo mediante derivación. Sin embargo, es necesario sujetar la función objetivo a restricciones para poder obtener soluciones reales, de tal manera que se utiliza la técnica de multiplicadores de Lagrange para resolver el problema.

INTRODUCCION

Al efectuar un ligero análisis a la distribución de los lay outs de piso de ventas de varias tiendas departamentales de una cadena de autoservicios, se podía apreciar fácilmente que la proporción que guardan los distintos departamentos respecto al total de piso de ventas de la tienda variaba considerablemente. Por ejemplo, un caso común era que el Departamento de Damas de una tienda con 4690 m² de piso de ventas, cubría una superficie de 510 m² (10.9%); mientras que en otra tienda con espacio total de 5420 m², abarcaba un espacio de 450 m² (8.3%).

Dado que el espacio en piso de ventas es el recurso más escaso y preciado para un Comercio, era necesario realizar un análisis detallado del problema.

OBJETIVO

El objetivo del análisis era el de efectuar una asignación óptima de espacio en piso de ventas para cada departamento, de tal manera que la **Utilidad Bruta Total Tienda** (medida como Ventas menos Costo de Ventas) sea máxima.

Se seleccionó el indicador de **Utilidad Bruta**, ya que era el mejor que se tenía a nivel departamento. Si se deseara obtener la **Utilidad de Operación** sería necesario restar:

- Nómina, la cual no se encuentra claramente identificada ya que la mayoría de los departamentos comparten a su personal.
- Renta, la cual se mediría proporcionalmente a cada metro cuadrado.
- Luz y Fuerza, no es posible asignar un valor por concepto de gasto de luz para cada metro cuadrado, ya que aquellos departamentos que requieran refrigeración consumen significativamente más.
- Indirectos como: Nómina de cajeras, servicios, recibo, marcaje, bolsa de empaque, publicidad, etc., los cuales algunos pueden ser proporcionales al piso de ventas, mientras que la mayoría no lo son.



De tal manera que al no poder obtener un indicador confiable de Utilidad de Operación por Departamento, se recurrió a la Utilidad Bruta del mismo.

SUPUESTO BASE

El supuesto base con el que se inició el presente análisis, es el que un Departamento es menos productivo conforme su espacio de ventas sea

mayor. Considérese por ejemplo, una tienda que cuenta con un departamento Frutas y Verduras de 200 m², con una **Utilidad Bruta** mensual de \$ 1 800,000, al cual se desea incrementar su espacio disponible en 50 m². Forzosamente la venta del departamento aumentará, y por lo tanto la **Utilidad Bruta**, (digamos a \$ 2 000,000), por lo cual el Gerente de la tienda estará muy complacido con el resultado de la modificación. Sin embargo, realizando un análisis superficial tenemos:

	Antes del Cambio	Después del Cambio	Incremento
- Área (M2)	200	250	50
- Utilidad Bruta	1 800,000	2 000,000	200,000
- U.B./M2	9,000	8,000	4,000

Realmente los 50 m² adicionales solo proporcionan una Utilidad Bruta por m² de \$ 4,000 mucho menor que los \$ 9,000 anteriores.

Dado lo anterior el siguiente paso consiste en determinar la correlación existente entre Productividad vs. Espacio.

ESTANDARIZACION

Debido a que no todas las tiendas cuentan con el mismo espacio de piso de ventas (desde 3700 hasta 12900 m²), así como situaciones del mercado que favorecen o perjudiquen el éxito de la misma (competencia, vialidad, área de influencia, etc.), es necesario estandarizar los datos de manera que puedan ser comparables. Por ejemplo una **Utilidad Bruta** por metro cuadrado en Fotografía de \$ 10,000 puede ser buena para una tienda no exitosa, mientras que para una tienda estrella significa un nivel de comportamiento bajo.

De tal manera que se estandarizó la información de la siguiente manera.

- La productividad se calcula relativa a la productividad total tienda. Por ejemplo: si Deportes tiene \$ 8,500 de Utilidad Bruta por m², y el total de la tienda es de \$ 10,000, significa que Deportes está en un 85%.
- El espacio destinado para cada departamento se

mide en porcentaje respecto al total de piso de ventas de la tienda.

Una vez efectuadas las transformaciones es posible correlacionar.

REGRESION

Al graficar los datos obtenidos de 22 tiendas, se observó que existe una correlación lineal negativa entre espacio en piso de ventas y productividad (gráficas 1 y 2), por lo que era posible ajustar una recta a los puntos gráficos, variando los parámetros (ordenada al origen y pendiente) según sea el Departamento. Se obtuvieron ecuaciones del tipo siguiente:

(1)

$$PR_i = A_i + B_i (PP_i)$$

PR_i = Productividad Relativa del Departamento i.

PP_i = Participación de Piso de Ventas del Departamento i.

A_i, B_i = Son parámetros de la ecuación lineal.



MODELO

Dado que la variable a controlar es el espacio destinado para cada Departamento, es necesario formular la ecuación en función de esa variable:

(2)

$$UBT = \sum_i UB_i$$

UBT = Utilidad Bruta Total Tienda

UBi = Utilidad Bruta del Departamento i.

sin embargo:

(3)

$$UB_i = \frac{UB_i}{M_i} M_i$$

Mi = Metros cuadrados asignados al Departamento i.

pero como UB_i/M_i significa la productividad del Departamento, esto es sustituible por la ecuación 1, lo cual a su vez se sustituye en la ecuación 2.

$$(4) \quad UBT = \sum_i \{A_i + B_i (PPI)\} PPI$$

en donde se efectuó el cambio de M_i por PPI , ya que la productividad se mide relativamente y no en valor absoluto.

Como se podrá apreciar, se obtuvo una ecuación cuadrática, la cual para poder resolver y obtener el máximo absoluto es necesario calcular las derivadas parciales con respecto a cada PPI . Sin embargo, es obvio esperar que por la naturaleza de las correlaciones negativas, las PPI tiendan a $-\infty$. Por ello es necesario la siguiente restricción.

$$(5) \quad \sum_i PPI = 100$$

De tal manera que se garantice la asignación completa del piso de ventas.

RESOLUCION

Dado que se trata de un modelo de optimización no lineal sujeto a restricciones, es necesario utilizar la técnica de Multiplicadores de Lagrange para poder incorporar la restricción a la función objetivo, penalizandola con un multiplicador ϕ .

Sin embargo, al resolver el modelo se encontró que:

- Algunos departamentos tenían cero o piso de ventas negativo.
- Las asignaciones se salían de los límites observados.

Por lo que respetando la validez de la regresión dentro de los límites observados, es necesario establecer valores máximos y mínimos para cada Departamento, e iterar como se muestra en la Figura 1. Como se puede apreciar, para aquellos Departamentos que estén por debajo del mínimo establecido, se asigna el valor mínimo y se eliminan del problema.

CONCLUSIONES

Los resultados en papel significaban un incremento del 1.18% en la Utilidad Bruta total de las 22 tiendas evaluadas. Sin embargo el beneficio principal consiste en obtener información para poder estandarizar los lay outs de las tiendas, así como facilitar el diseño de las nuevas aperturas.

El siguiente paso a seguir en la sofisticación del modelo es el de trabajar con Utilidades de Operación en vez de Utilidad Bruta, e incorporar la rotación del departamento para considerar los beneficios financieros.

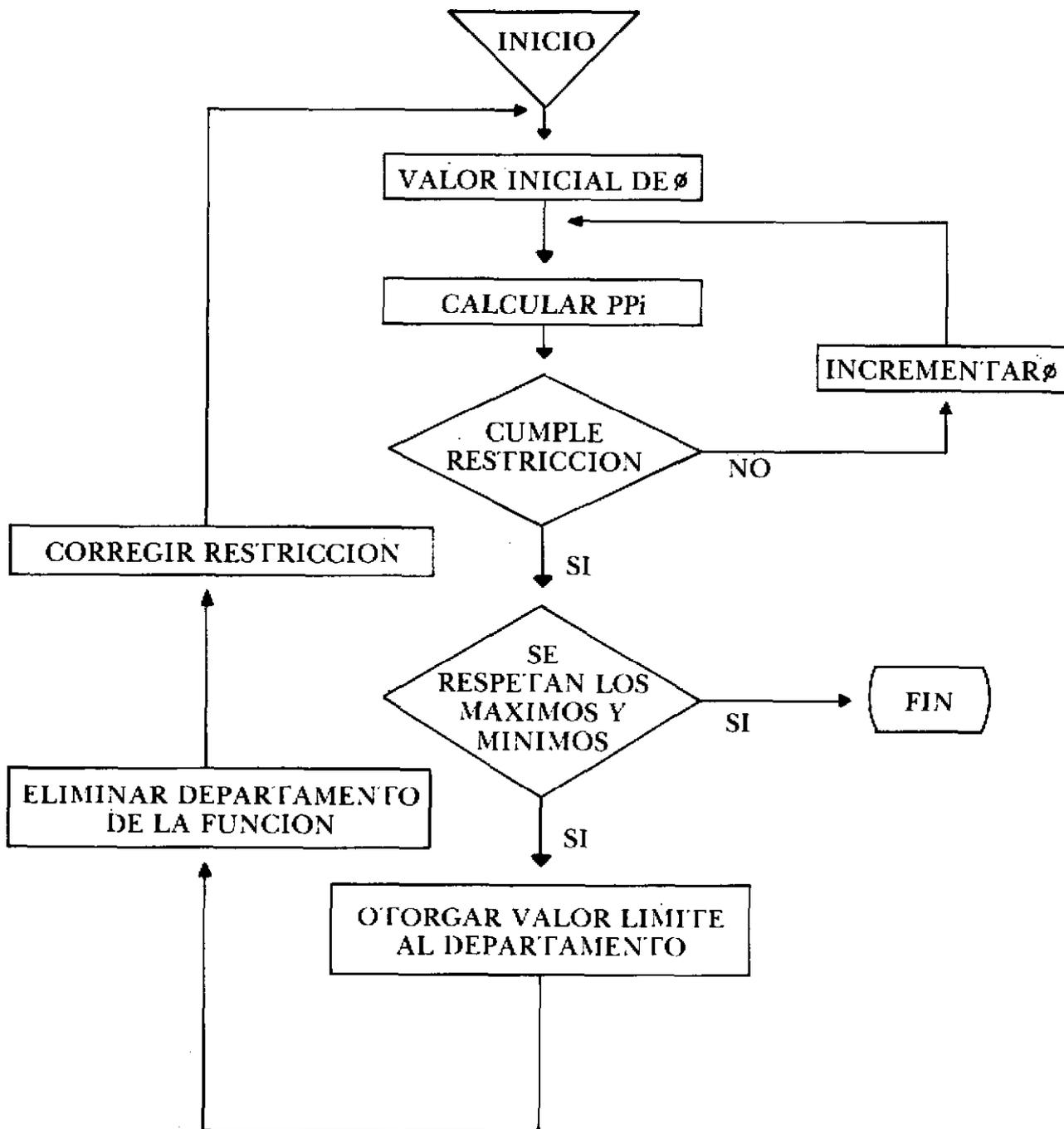
Por otra parte, esta metodología también se puede utilizar a nivel departamento para distribuir las líneas de productos, e inclusive al nivel línea, para distribuir las marcas/estilos.

Mauricio Carvallo Pontón cursó estudios de licenciatura en Ingeniería Industrial en la Universidad Iberoamericana; realizó estudios de postgrado en la Universidad de Lancaster Inglaterra donde obtuvo grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Investigación de Operaciones. Ha impartido cursos y seminarios en diversas instituciones sobre pronósticos tecnológicos, evaluación de proyectos, innovación y administración de tecnología. Colabora como catedrático en la Sección de Graduados ESCA.

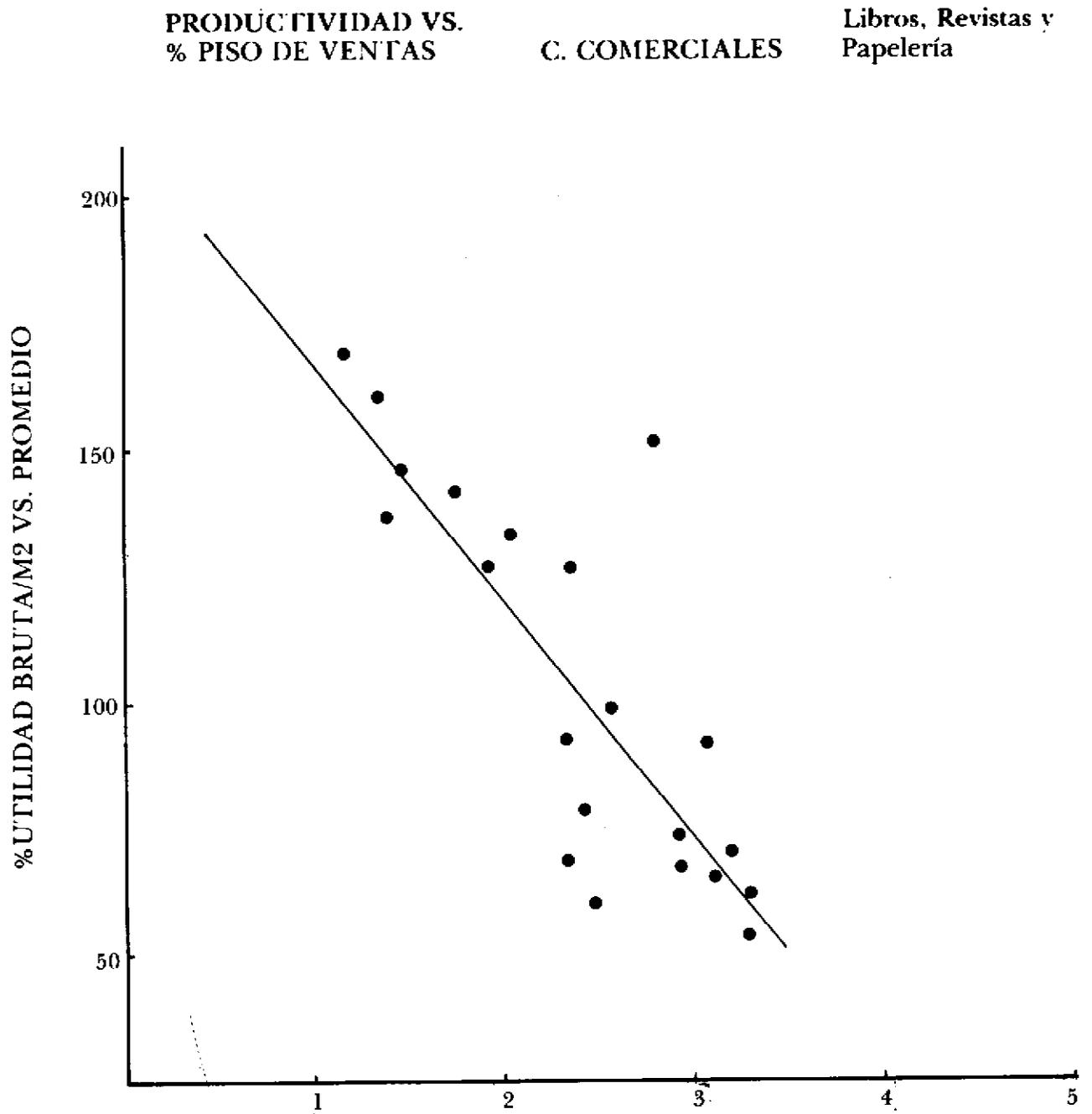


FIGURA 1.

Diagrama de flujo para la resolución del Modelo.



GRAFICA I PARTICIPACION DEL PISO DE VENTAS (%)



GRAFICA II

% PARTICIPACION DEL PISO DE VENTAS.

PRODUCTIVIDAD VS.
% PISO DE VENTAS

C. COMERCIALES

Art. Hogar y Jarciería

