

OPTIMIZACION EN LA PROGRAMACION DE HORARIOS DE CAJERAS EN UNA TIENDA DE AUTOSERVICIO

* MAURICIO CARVALLO P.

cualquier cálculo de capacidad de servicio (Red telefónica, luz, transporte, etc.) es el contar con un pronóstico de la demanda que experimentará el sistema. La demanda de servicio de una línea de cajas se puede medir de tres maneras diferentes:

- VENTAS
- CLIENTES
- ARTICULOS

El medir la demanda en ventas, como lo hacen la mayoría de los establecimientos norteamericanos, tiene como ventaja el ser un parámetro fácilmente entendible por el personal involucrado en efectuar la programación del rol. Sin embargo, tiene la desventaja de estar contaminado por los efectos inflacionarios, así como no contemplar la gran variación existente en el precio por artículo (esto es, se consideran por igual cinco productos de \$ 100.00 c/u., que un producto de \$ 500.00).

La medición de la demanda en número de clientes presenta la ventaja de ser una variable independiente de incrementos en los índices de precios, sin embargo la variación en el promedio de artículos por cliente de

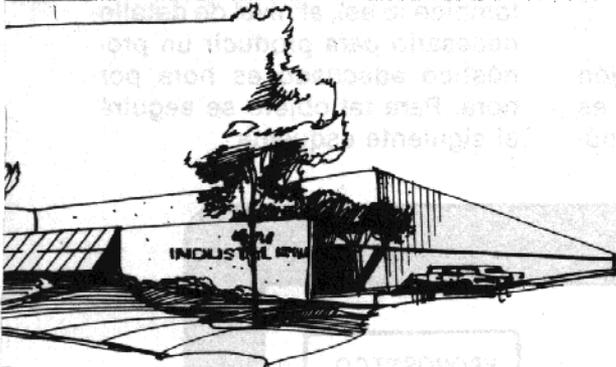
cajas es el programa operativo de mayor importancia en la empresa, cuyo objetivo principal es reducir las horas ociosas del personal de cajas sin sacrificar el servicio proporcionado.

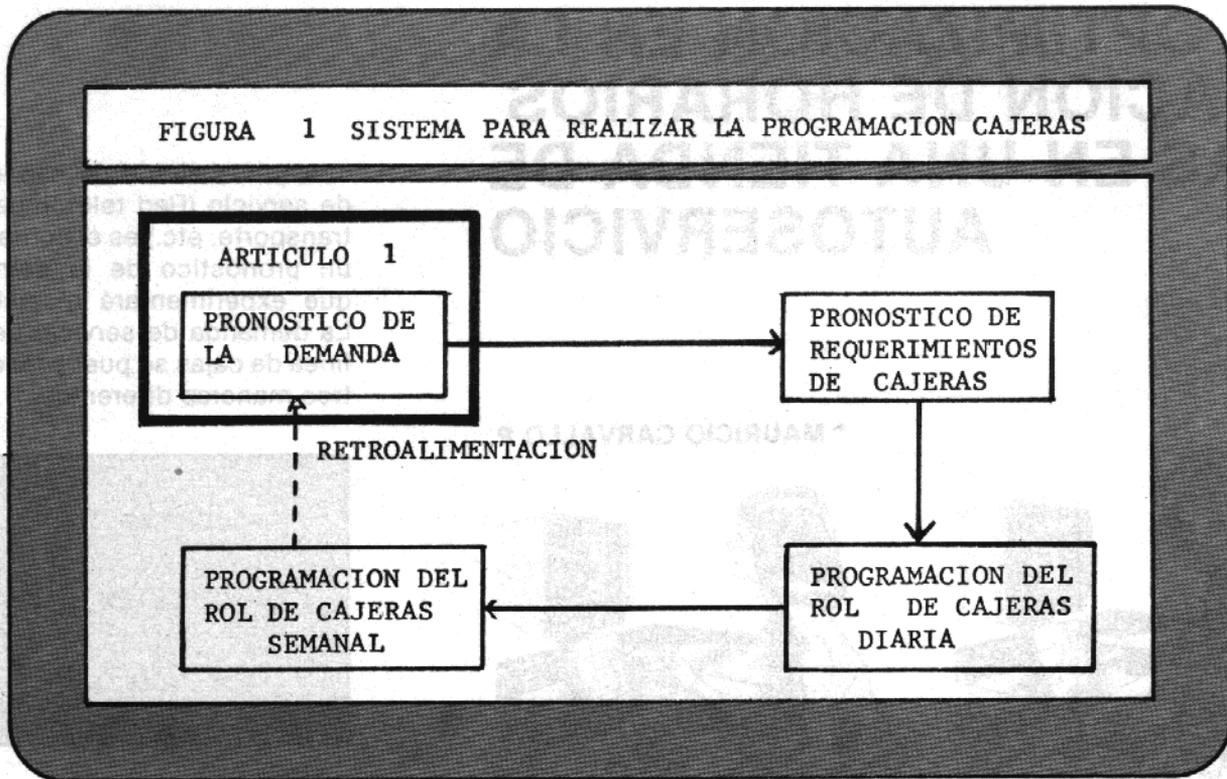
El presente artículo describirá los modelos utilizados para

optimizar la programación del rol de cajas (ver figura 1).

PRONOSTICO DE LA DEMANDA

La base para poder efectuar



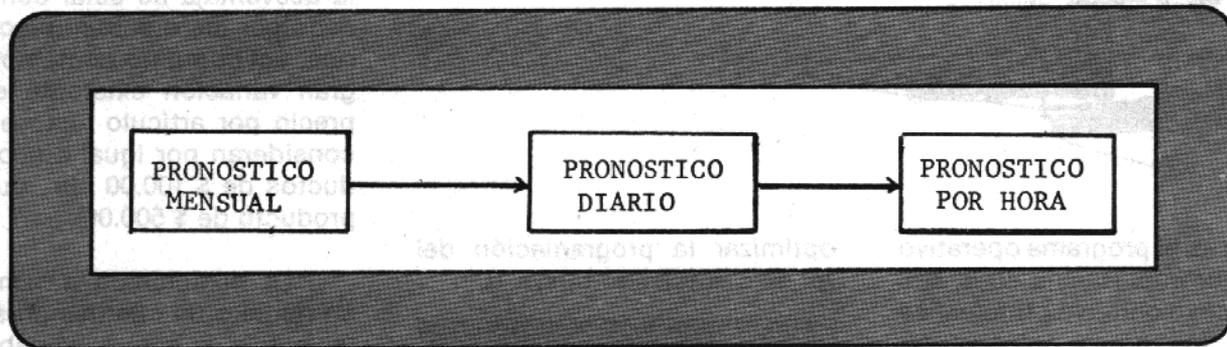


tienda a tienda, es considerable. Por tal motivo la cuantificación de la demanda en artículos es la medida más adecuada. Independiente de aumentos de precios, y de afluencia de clientes. Es es-

ta la medida que realmente define los requisitos de cajeras.

Debido a que la fluctuación en la afluencia de clientes es muy variable, (por lo tanto el nú-

mero de artículos a desplazar también lo es), el nivel de detalle necesario para producir un pronóstico adecuado es hora por hora. Para tal objeto se seguirá el siguiente esquema:

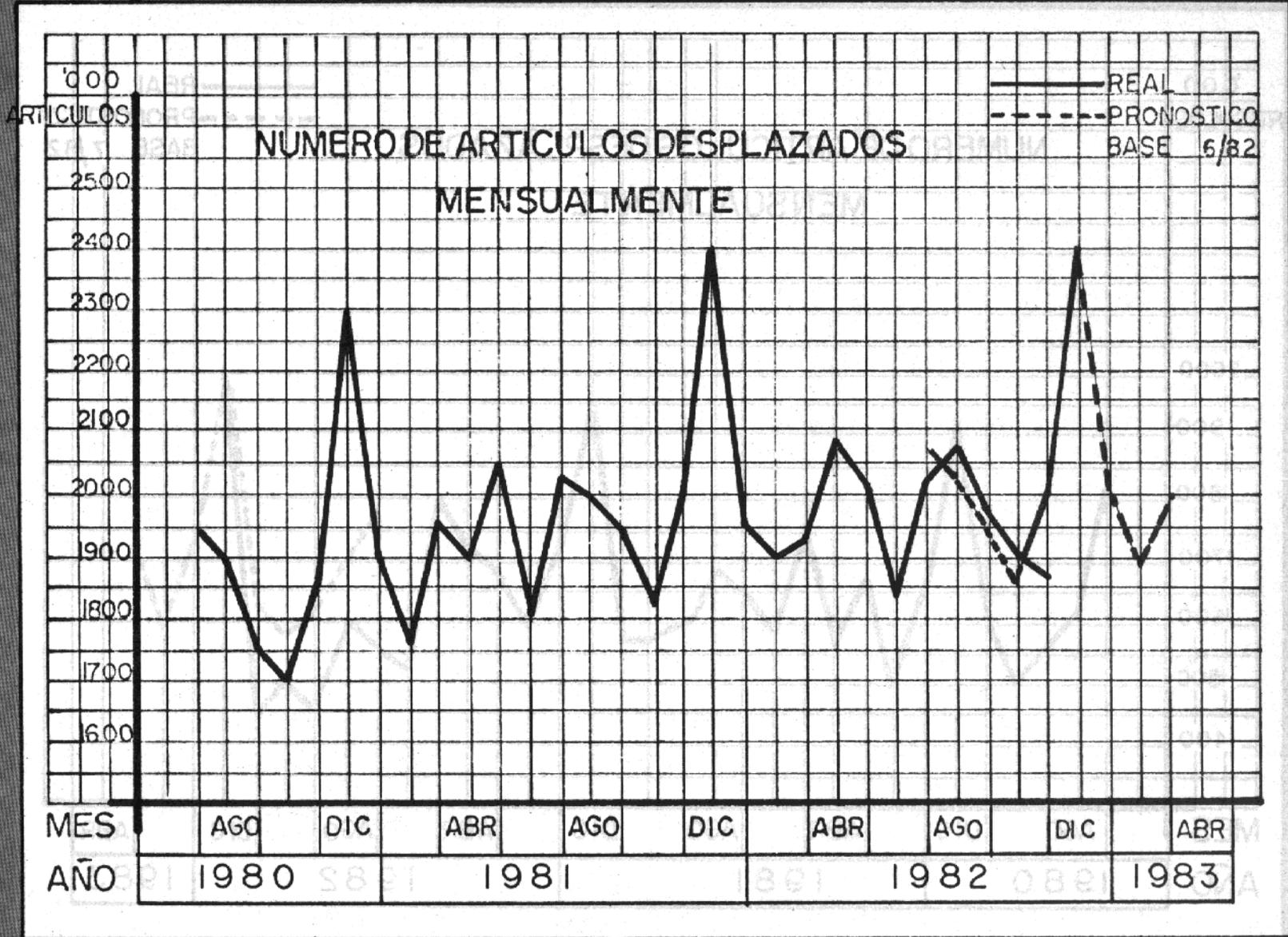


Es decir, primero se generará un pronóstico mensual, el

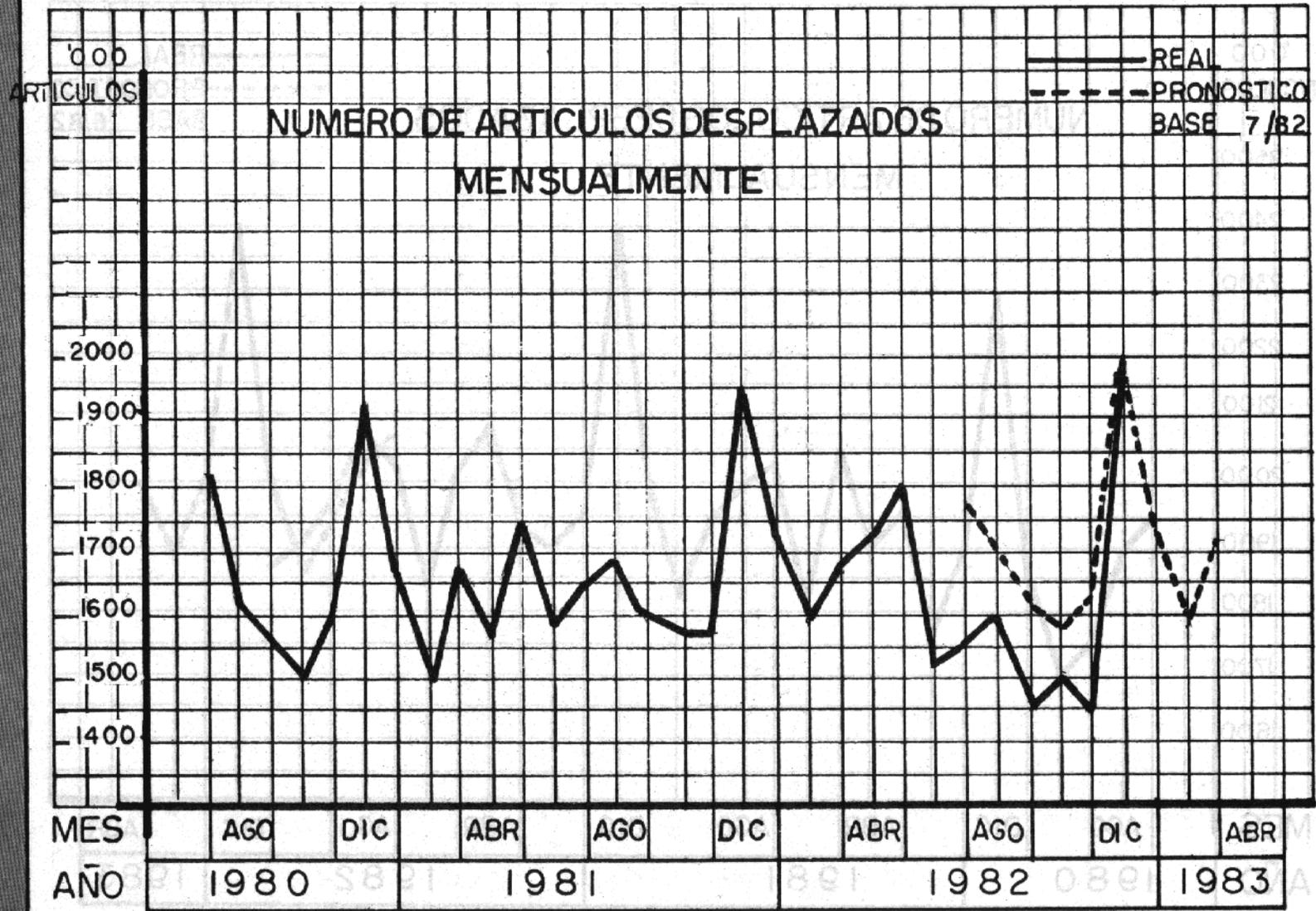
cual se desagregará en un pronóstico diario, que a su vez se

desagregará en un pronóstico por hora.

GRAFICA-NO. 1



GRAFICA-NO. 2



PRONOSTICO MENSUAL

El comportamiento del número de artículos desplazados mensualmente no sigue un patrón uniforme, como se podrá observar en las gráficas 1 y 2. En ambos casos se observan claramente los "picos" de Mayo y Diciembre, así como las caídas en las ventas en Febrero, Junio y Octubre.

Sin embargo la primer figura presenta una tendencia positiva, mientras que en la segunda gráfica la tendencia es negativa.

Dentro del análisis efectuado para probar cuál modelo de pronóstico es el más adecuado, se comprobó (apreciable a simple vista) que modelos de regresión simple no eran significantes estadísticamente, sin embargo se utilizaron para estimar la tendencia de la serie de tiempo. Por otra parte el cálculo de autocorrelaciones, y autocorrelaciones parciales (para ver la factibilidad de utilizar modelos Box-Jenkis), no presentó patrones uniformes para generalizar un modelo tipo.

Los modelos de atenuación exponencial con nivel, tendencia y estacionalidad probasen ser los más adecuados, especialmente aquellos con parámetros de retro-alimentación elevados (mayor peso a informa-

ciones recientes) y estacionalidades multiplicativas, (ver gráficas 1 y 2).

PRONOSTICO DIARIO

Son de todos conocidas las fuertes variaciones presentadas en las ventas (artículos desplazados), de cualquier comercio, a lo largo de la semana, las cuales se acentúan los fines de semana (viernes, sábado y domingo), así como los días de quincena. De tal manera que con el objeto de poder desagregar el pronóstico mensual en un pronóstico diario se tienen que considerar 3 factores distintos.

- a) Día de la semana (Lunes, Martes, etc.)
- b) Día del mes (1, 2, 3, etc.)
- c) Venta especial o día festivo (15 y 16 de Septiembre, respectivamente).

Como se podrá apreciar en la gráfica 3 existe un patrón definido semana a semana siendo sólo afectado por días de pago (quincenas) y días de venta especial (15 Sep., 10 Mayo, etc.)

Para poder desagregar el pronóstico mensual en un pronóstico diario se consideran 14 días distintos: Los siete días de la

semana diferenciando entre quincena y no quincena (Por ejemplo: 8 de Octubre, Viernes normal, 15 de Octubre, Viernes quincena) y en base al historial de la tienda se calcula la participación que cada día tipo tiene en la venta total del mes.

Por otra parte a cada uno de estos días se le aplicará un porcentaje de incremento por venta especial (30 Abril, 15 Sept. 31 Dic. etc.), así como un porcentaje de disminución por día festivo (5 Mayo, 1o. Enero, 25 Dic., etc.).

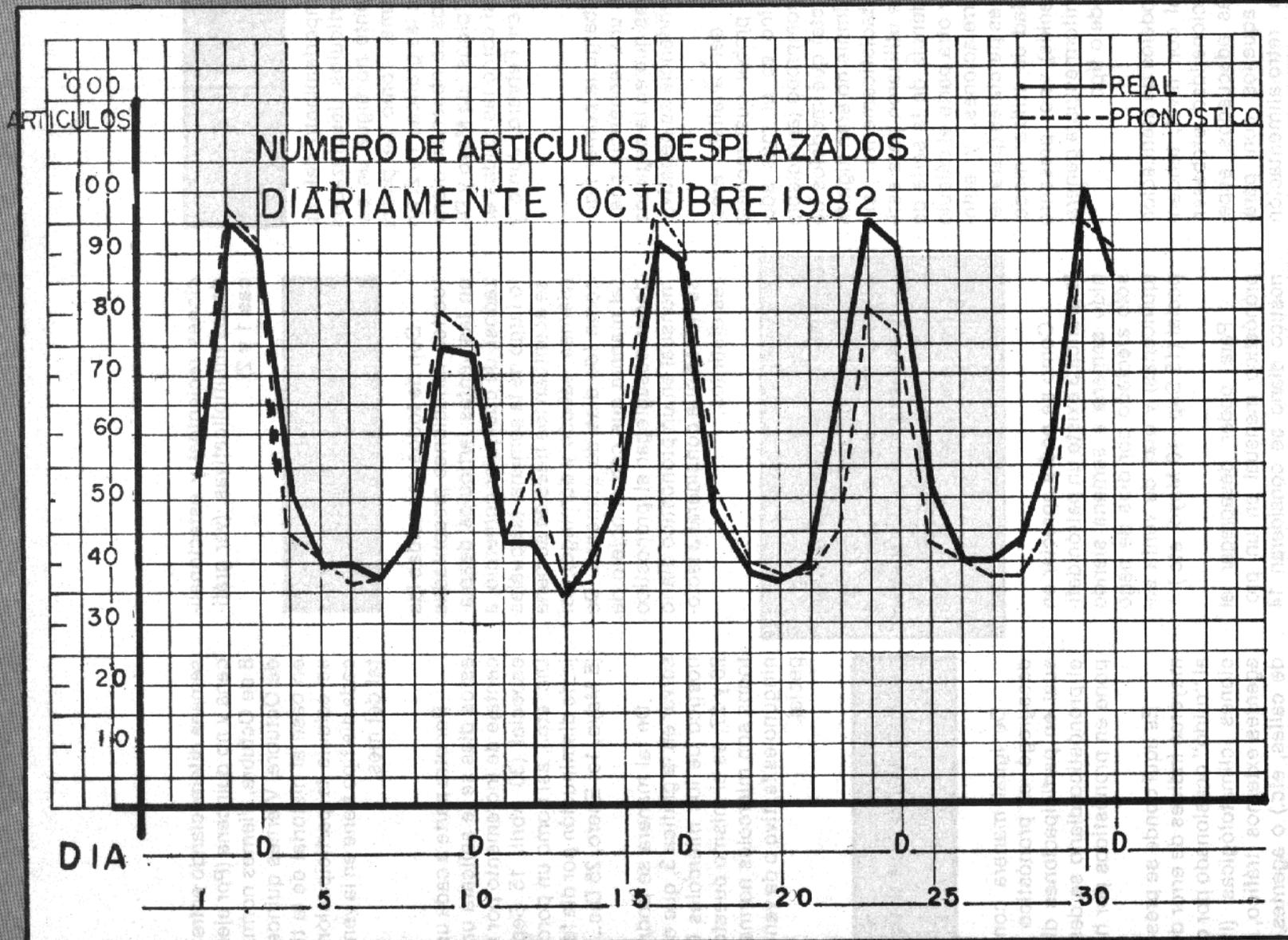
De tal manera se podrá observar en la gráfica 3, que el pronóstico de los miércoles 6, 13, 20 y 27, es el mismo puesto que todos son miércoles normales y ninguno es festivo o de venta especial.

PRONOSTICO POR HORA

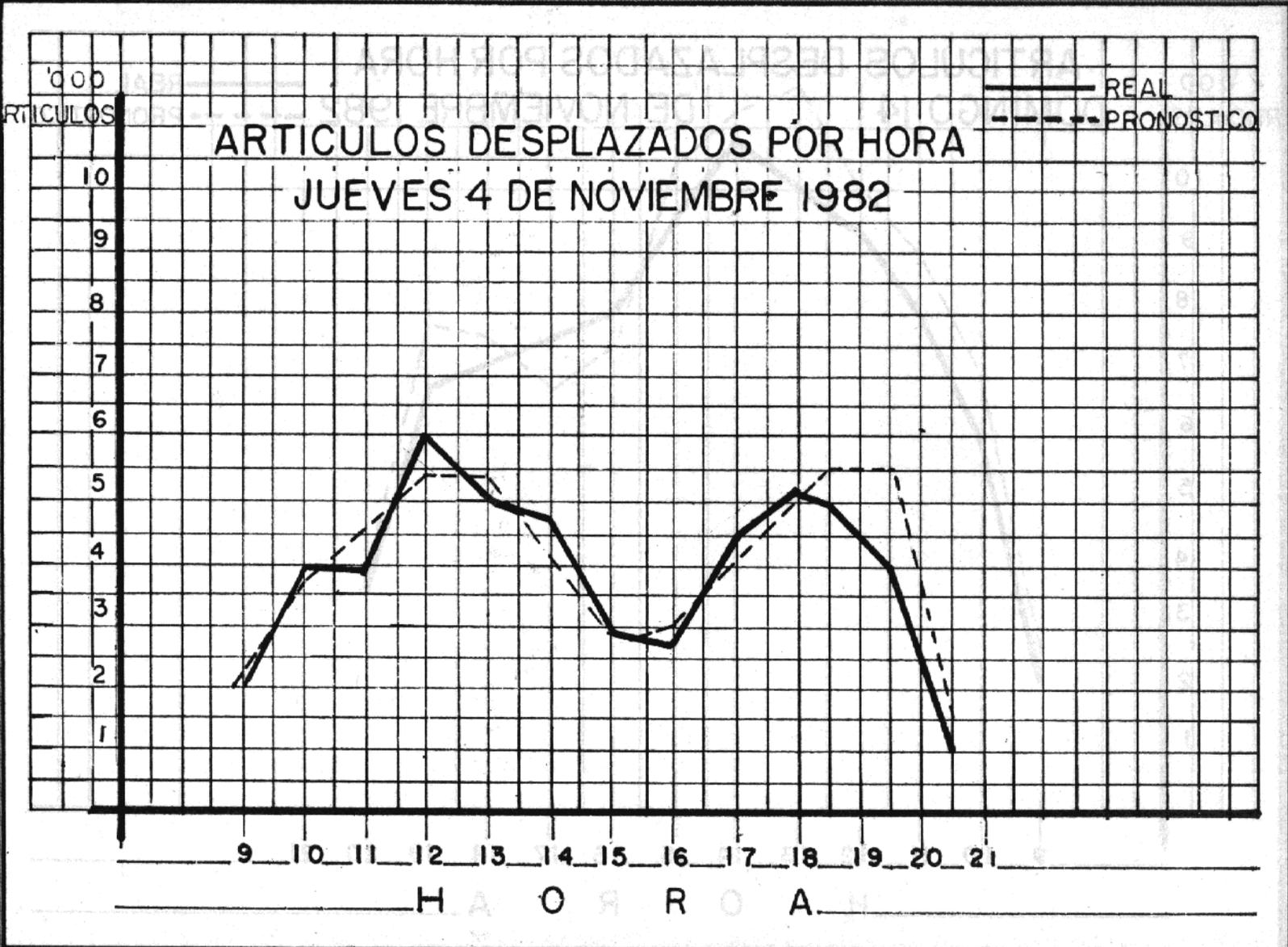
De igual manera como se desagregó el pronóstico mensual en participaciones diarias, el pronóstico diario se descompone en pronósticos por hora.

Es aquí donde se presentan mayores índices de error debido al "ruido" ocasionado por condiciones climatológicas (lluvia), agentes externos (tráfico, cierre de calles, etc.) o agentes internos (promociones).

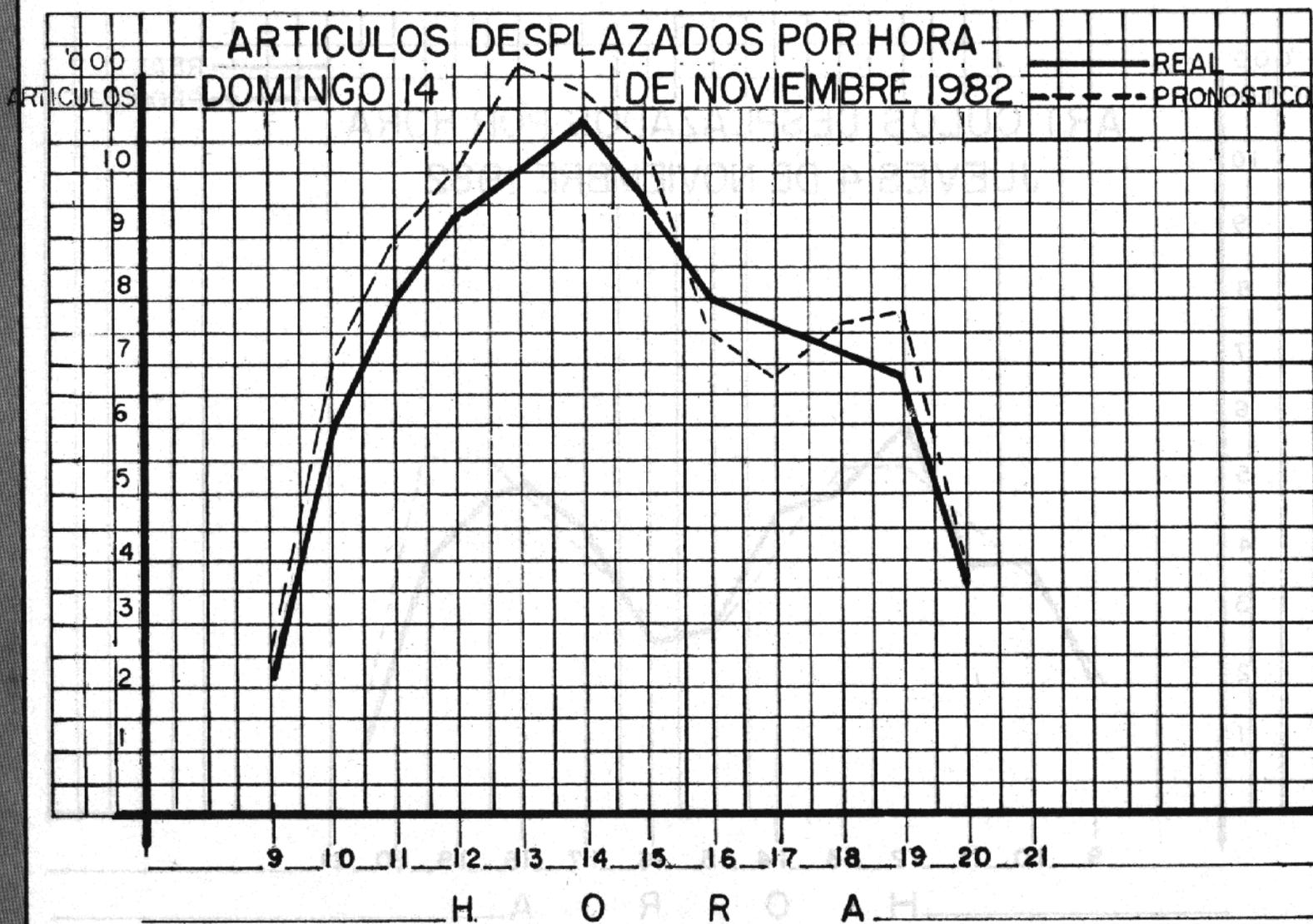
GRAFICA-NO. 3



GRAFICA-NO. 4



GRAFICA-NO. 5



El comportamiento en la afluencia de clientes por hora varía en función del día de la semana, como se puede apreciar en las gráficas 4 y 5, siendo los picos de demanda por la noche en días entre semana, y al medio día los fines de semana. Sin embargo el comportamiento relativo en la afluencia de clientes por hora, se mantiene prácticamente constante para los distintos días tipo (esto es, el porcentaje

de desplazamiento de artículos de las 13 a las 14 horas, con respecto al total de artículos desplazados en el día, los domingos de quincena, es constante para cualquier mes).

CONCLUSIONES

Utilizando un modelo de atención exponencial con nivel, tendencia y estacionalidad mul-

tiplicativa se pueden generar pronósticos mensuales confiables. Aprovechando la consistencia en las participaciones relativas por día tipo, y por hora dentro del día tipo, permite desagregar el pronóstico al nivel hora, con lo cual se tiene cuantificado cuál es la demanda de cajeras para los próximos meses a nivel hora. Información necesaria para programar el rol de cajeras.

PROGRAMACION DIARIA

ARTICULO 2

INTRODUCCION

En el primer artículo se presentó la manera en cómo se producen pronósticos detallados al nivel hora, en forma de artículos a desplazar por hora.

Estos pronósticos son la base para la programación del rol de cajeras (figura 1), presentando en este artículo la manera en cómo se efectúa la programación diaria de los horarios de las cajeras, utilizando un modelo computacional de programación lineal.

El sistema de colas que se presenta en una línea de cajas de una tienda de autoservicio, es un modelo típico M/M/N; lo que significa que el comportamiento de las llegadas de clientes a la línea de cajas es bajo una función de distribución de probabilidad POISSON, el tiempo de servicio (μ) sigue una función de distribución negativa, exponencial, y se cuenta con s servidores (cajeras) trabajando en paralelo.

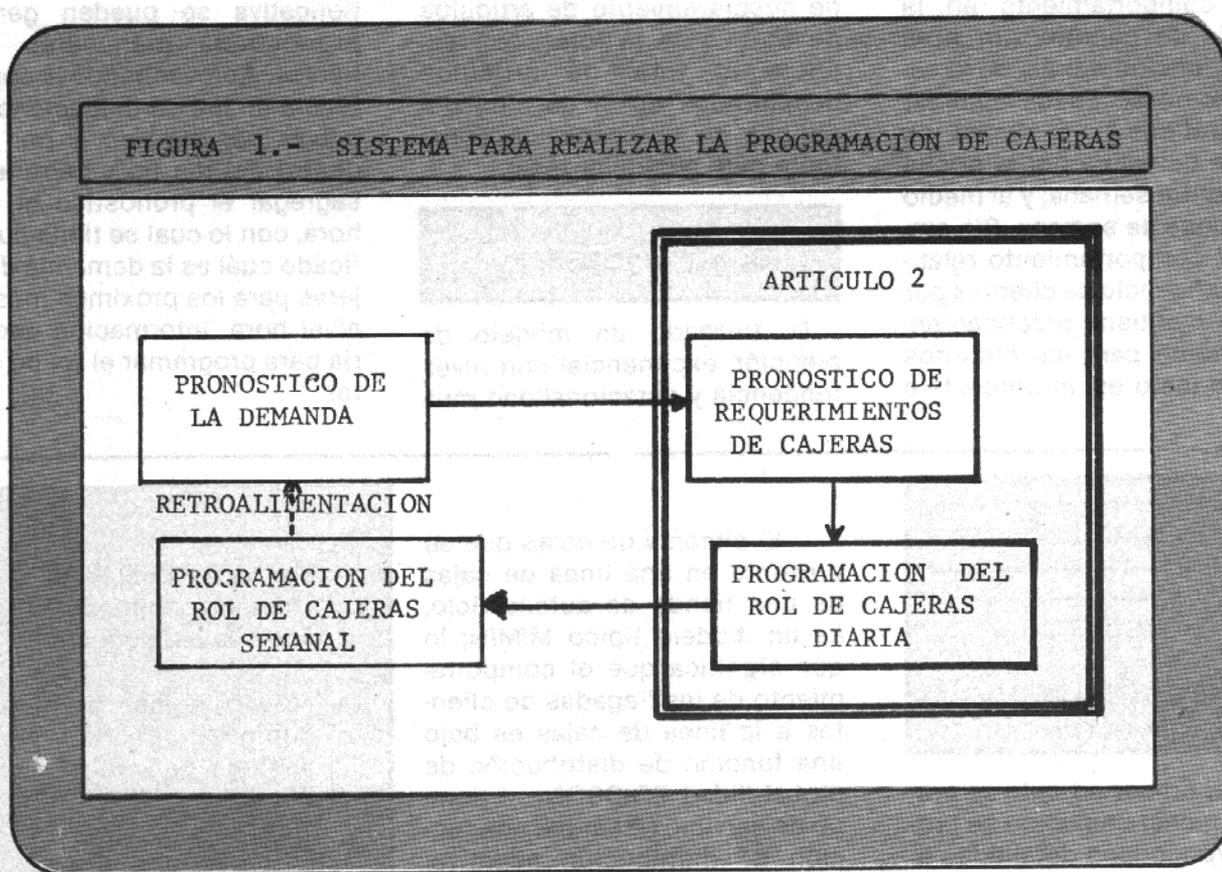
Estimación de parámetros.

El valor esperado de la demanda λ , es el pronóstico proporcionado, a nivel hora, del número de artículos a desplazar.

El valor esperado de la tasa de servicio μ , es más complicado de calcular. Existen muchos factores que influyen en la capacidad de servicio de una cajera, como son:

- Mayor rapidez en desplazar artículos pequeños y rígidos como latas, paquetes, etc.
- Mayor rapidez en efectuar cobros en efectivo, que son pagarés bancarios y/o cheques.
- Promedio de artículos por cliente variable de tienda a tienda.
- Frecuencia de actividades indirectas variable (empacado de artículos, autorizaciones de tarjeta de crédito, llamadas para verificación de precios).
- Diferente equipo instalado (caja registradora, mueble, banco, etc.)
- Participación de las ventas por departamento, diferente de tienda a tienda.

DESARROLLO DEL MODELO DE COLAS



Independientemente de las diferencias existentes entre las mismas cajeras por sexo, horario, estado civil, horas trabajadas, etc.

En base a un estudio de tiempos, aplicado a la operación de la cajera, es posible determinar el tiempo requerido para desplazar cierto tipo de artículos (latas, carnes, frutas, blancos, zapatos, etc.), el cual multiplicado por el número de ar-

tículos desplazados en el mes de cada tipo, determina el tiempo total requerido para registrar los productos. De igual manera, conociendo el número de operaciones de pago realizadas en efectivo, tarjeta de crédito, cheque, etc., y multiplicadas por el tiempo promedio de cada una de ellas, indica el tiempo total necesario para realizar los cobros. Sumando los dos tiempos y agregando un factor por tolerancias (cancelaciones, ocio, autoriza-

ciones, etc.) determina el tiempo requerido para desplazar un artículo, o su inverso, la capacidad de servicio promedio de la cajera (de 240 a 360 artículos por hora).

Una vez determinados para cada tienda, en una hora específica, los valores de λ y μ ; se procede a efectuar el cálculo del requerimiento del número de servidores (S). Para ello se utilizan las siguientes fórmulas

(1)

$$P_0 = 1 / \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{1 - (\lambda/\mu)} \right]$$

$$L_q = \frac{P_0 (\lambda/\mu)^s \rho}{s! (1 - \rho)}$$

Donde:

P_0 = probabilidad de que se encuentren 0 clientes en el sistema

$$\rho = \lambda/\mu$$

L_q = longitud de la cola, medida en número de clientes

(1) Hiller y Lieberman, Operations Research, 2a. edición, ed. holden-day 1974.

De tal manera que se tiene un sistema de 2 ecuaciones con 3 incógnitas (P_0 , S , L_q), lo cual se resuelve estableciendo una política de nivel de servicio (por ejemplo 2 clientes en la cola en promedio). Sin embargo es necesario resolver el sistema; el cual incluye factoriales, sumatorias y potencias, para cada hora, ya que varía la demanda.

Para simplificar y agilizar los cálculos computacionales, se estableció una relación de s en función de λ y μ , en base a cálculos obtenidos realizando incrementos en λ de 10 unida-

des, y en μ de 0.1 unidades. La relación determinada fue una regresión lineal de 2 variables (λ y μ), con un índice de correlación de 76.3%.

Esta misma metodología permite efectuar análisis de sensibilidad, en base al cambio en los requerimientos de cajeras (por lo tanto cambió en la plantilla de cajeras), variando las políticas de nivel de servicio. En la siguiente tabla se pueden apreciar los incrementos necesarios para reducir en medio cliente el promedio de la cola, mucho menor a los ahorros en

cajeras al permitir aumentar las colas en la misma proporción.

PROGRAMACION DIARIA DEL ROL DE CAJERAS

Una vez calculados los requerimientos de horas-cajera, para cada hora de un día determinado, se procede a efectuar la programación diaria del rol de cajeras, entendiéndose ésta como el asignar a cada cajera su hora de entrada, salida, tiempo de comida, y por lo tanto horas trabajadas. Para ello es necesario considerar varios factores.

FACTOR DE SERVICIO

DEMANDA		COLA PROMEDIO	COLA PROMEDIO	COLA PROMEDIO
ART./MIN.	ART./HORA	= 1.5	= 2.0	= 2.5
7	420	34.0 %	28.7 %	23.4 %
20	1200	32.3 %	27.1 %	21.8 %
50	3000	28.5 %	23.3 %	18.0 %
90	5400	23.5 %	18.2 %	12.9 %
140	8400	17.1 %	11.8 %	6.5 %
200	12000	9.5 %	4.2 %	0.2 %

- Un tiempo completo trabaja 7.5 horas en la línea de cajas.
- Un tiempo parcial trabaja 3.5 horas en la línea de cajas.
- El tiempo asignado para la comida varía de cero a dos horas.
- Existe personal de fin de semana que labora 9 horas en línea.
- Se tienen algunos compromisos de "horas especiales", contralidos con determinadas cajas.

Para realizar una programación óptima del rol de cajas se utiliza un modelo de programación lineal que minimiza la plantilla necesaria a utilizar en ese día, y por lo tanto, el desperdicio de horas cajera no necesarias. (ANEXO 1). En la figura 2 se muestra el diagrama de bloques del programa computacional.

PROCESO COMPUTACIONAL

El programa computacional consiste de dos iteraciones, la primera para cada tienda, y la segunda, para cada día. Dentro del primer loop se registra las restricciones específicas para cada tienda:

- Máximo número de cajas de tiempo completo a utilizar.
- Máximo número de cajas de tiempo parcial a utilizar.
- Horarios permitidos.

ANEXO

MODELO UTILIZADO	
ATENUACION EXPONENCIAL CON NIVEL, TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD	
$\hat{X}_{t+1} = a_t + b_t + P_t$	(PRONOSTICO)
$a_t = a_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t$	(NIVEL)
$b_t = b_{t-1} + \beta e_t$	(TENDENCIA)
$e_t = X_t - \hat{X}_t$	(ERROR)
α, β	PARAMETROS
P_t	ESTACIONALIDAD ASOCIADA A T

Se cuenta con un archivo, el cual tiene registrados todos los horarios posibles que puede tener una cajera. Considerando que las horas de entrada varían cada media hora (8:30, 9:00, 9:30, etc.) y que las horas de comida pueden ser 0.0, 0.5, 1.0, 1.5 y 20 horas, se tienen más de 220 distintos horarios de tiempo completo, y 20 horarios de tiempo

parcial. Utilizando la matriz y confrontando con los horarios permitidos de la tienda se construye la tabla inicial del simplex.

Dentro del segundo loop, se lee para cada día un vector de requerimientos horas-cajera, para cada hora, lo cual complementa la tabla inicial. Esta consiste de una matriz de 14 por 150

ó más según sea el caso de la tienda. Para ahorrar tiempo computacional se trabaja con un algoritmo simplex revisado, con matrices de dieciochoavo orden, convergiendo a una solución el problema (resuelto por el método de las dos fases) después de aproximadamente 80 iteraciones.

ANEXO 1

MODELO DE PROGRAMACION LINEAL

$$\text{Máx.} \sum_{i=1}^c X_i + w \sum_{i=c+1}^{c+p} X_i$$

$$\text{s.a.} \sum_{i=1}^{c+p} X_i H_{ij} \geq R_j$$

$$\sum_{i=1}^c X_i \leq T_c$$

$$\sum_{i=c+1}^{c+p} X_i \leq T_p$$

$$X_i \geq 0$$

- Restricción de horas-cajera

- Restricción de un máximo de
cajeras de tiempo completo.- Restricción de un máximo de
cajeras de tiempo parcial.

- No negatividad

Donde:

X_i = Número de cajeras a utilizar del horario i .

c = Numero de horarios distintos de tiempo completo.

p = Número de horarios distintos de tiempo parcial.

H_{ij} = Vector del horario tipo i , indicando para cada hora j .
un 1 si la cajera se encuentra presente en la línea, y
un 0 si la cajera no se encuentra en la línea (no ha
llegado, salió a comer, ó terminó su turno).

R_j = Requerimientos de horas-cajera para cada hora j

T_c = Plantilla disponible de cajeras de tiempo completo.

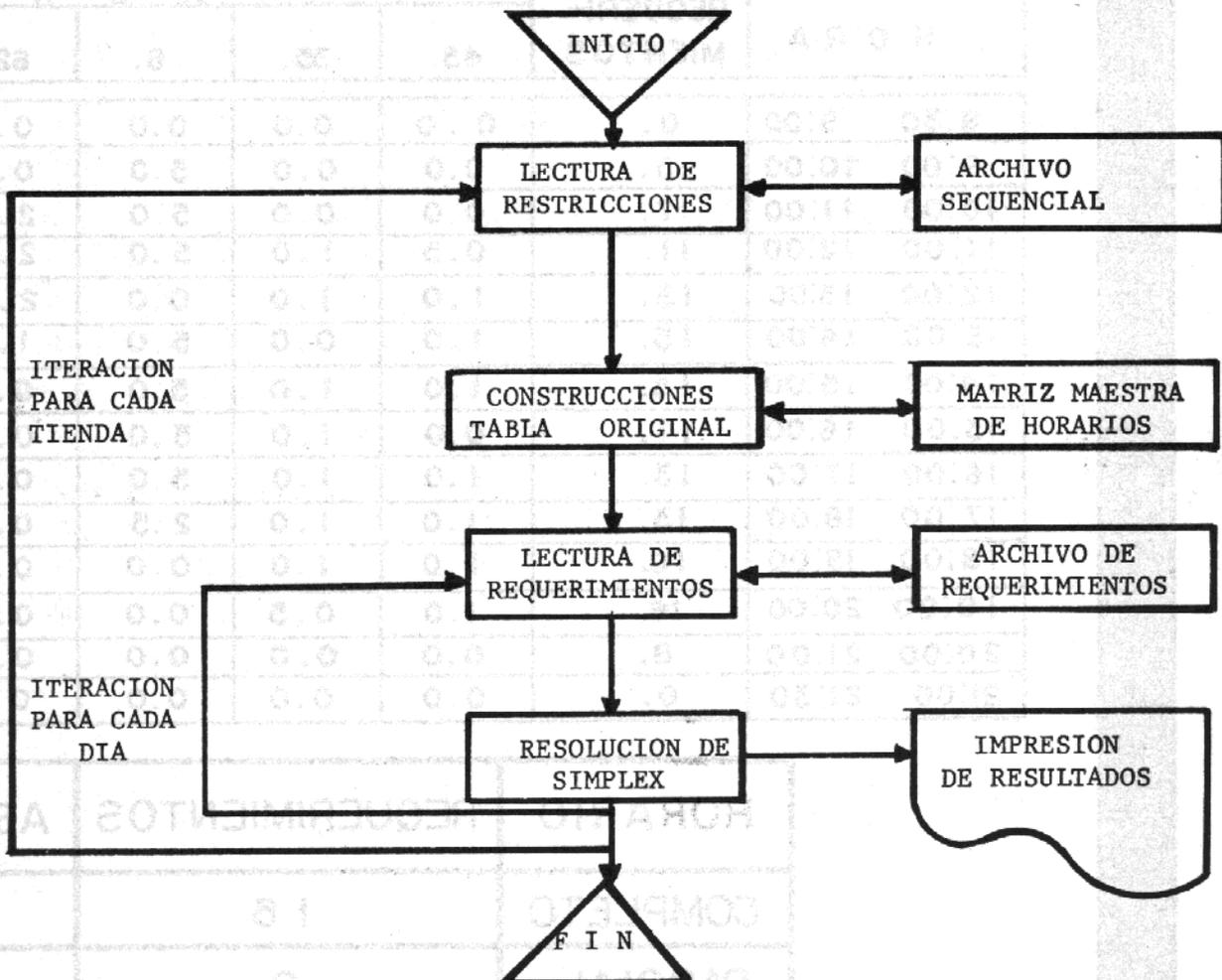
T_p = Plantilla disponible de cajeras de tiempo parcial.

w = Peso relativo de un tiempo parcial, respecto a un
tiempo completo, menor a uno.

$$\sum_j H_{ij} = 7.5 \quad \text{para } i=1,2,\dots, c \quad (\text{horarios tiempo completo})$$

$$\sum_j H_{ij} = 3.5 \quad \text{para } i=c+1, c+2, \dots, c+p \quad (\text{horarios tiempo parcial})$$

Figura 2. Diagrama de bloques programa computacional.



PROGRAMACION R

PROGRAMACION CON RESTRICCION DE HOR

H O R A	REQUERI- MIENTOS	H O R A R				
		45.	35.	6.	62.	42.
8:30 9:00	0.	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9:00 10:00	5.	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0
10:00 11:00	7.	0.0	0.0	5.0	2.0	0.0
11:00 12:00	11.	0.5	1.0	5.0	2.0	1.0
12:00 13:00	13.	1.0	1.0	0.0	2.0	2.0
13:00 14:00	15.	1.0	0.0	5.0	1.0	1.0
14:00 15:00	15.	1.0	1.0	5.0	0.0	1.0
15:00 16:00	11.	0.0	1.0	5.0	0.0	2.0
16:00 17:00	13.	1.0	1.0	5.0	0.0	2.0
17:00 18:00	13.	1.0	1.0	2.5	0.0	2.0
18:00 19:00	16.	1.0	1.0	0.0	0.0	2.0
19:00 20:00	16.	1.0	0.5	0.0	0.0	2.0
20:00 21:00	8.	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21:00 21:30	0.	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

HORARIO	REQUERIMIENTOS	ASIGNADO
COMPLETO	16	
PARCIAL	8	

OL HORAS CAJERA

ARIOS

RESTO 234

ANEXO 2

MES DICIEMBRE DIA 45

O S		
47.	65.	50.
0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0
1.5	0.0	0.0
3.0	0.0	4.0
3.0	0.0	4.0
3.0	0.0	4.0
3.0	0.0	0.0
0.0	0.0	4.0
3.0	3.0	4.0
3.0	6.0	4.0
3.0	6.0	4.0
0.0	6.0	2.0
0.0	0.0	0.0

TOTAL	SOBRA
0.0	0.0
5.0	0.0
7.0	0.0
11.0	0.0
13.0	0.0
15.0	0.0
15.0	0.0
11.0	0.0
13.0	0.0
16.5	3.5
17.0	1.0
16.5	0.5
8.0	0.0
0.0	0.0
TOTAL	5.0

S	PLANTILLA	DESCANSOS

INGENIERIA INDUSTRIAL

En el anexo 2 se muestra un ejemplo de la solución impresa por el programa. Auxiliándose de la tabla proporcionada se determina el número de cajeras necesarias de tiempo parcial y tiempo completo, así como los horarios de las mismas (horas de entrada, salida, y comidas).

CONCLUSIONES

Utilizando como base el pronóstico de la demanda, para cada hora: y determinando una política de servicio (2 clientes promedio en cola), se puede utilizar un modelo simple de teoría de colas para determinar cuantas cajeras son necesarias tener

un servicio cada hora.

Auxiliándose de un modelo de programación lineal, se programa el número de cajeras, así como sus horarios. Esto permite hacer un mejor uso del personal disponible, reduciendo a un mínimo el número de horas cajeras desperdiciadas.

PROGRAMACION SEMANAL

Artículo 3

En los pasados artículos se presentó la metodología para realizar la programación diaria de cajeras. Se partía de los pronósticos generados de artículos a desplazar a nivel hora, para cada tienda, los cuales son insumo de un modelo de colas. Este modelo calcula, para la política de nivel de servicio definida, el número de cajeras requeridas para cubrir la demanda de cada hora, y brindar un correcto servicio.

Los requerimientos por hora se utilizan como restricciones a satisfacer en un modelo de programación lineal, el cual tiene como función objetivo el minimizar las horas cajeras desperdiciadas.

Al resolver el modelo se obtiene la mezcla óptima de cajeras requeridas de tiempo completo y tiempo parcial, para cada día.

En este tercer y último artículo se procederá a efectuar la programación semanal de cajeras (ver figura 1), utilizando otro modelo de programación lineal.

HORARIOS DE CAJERAS

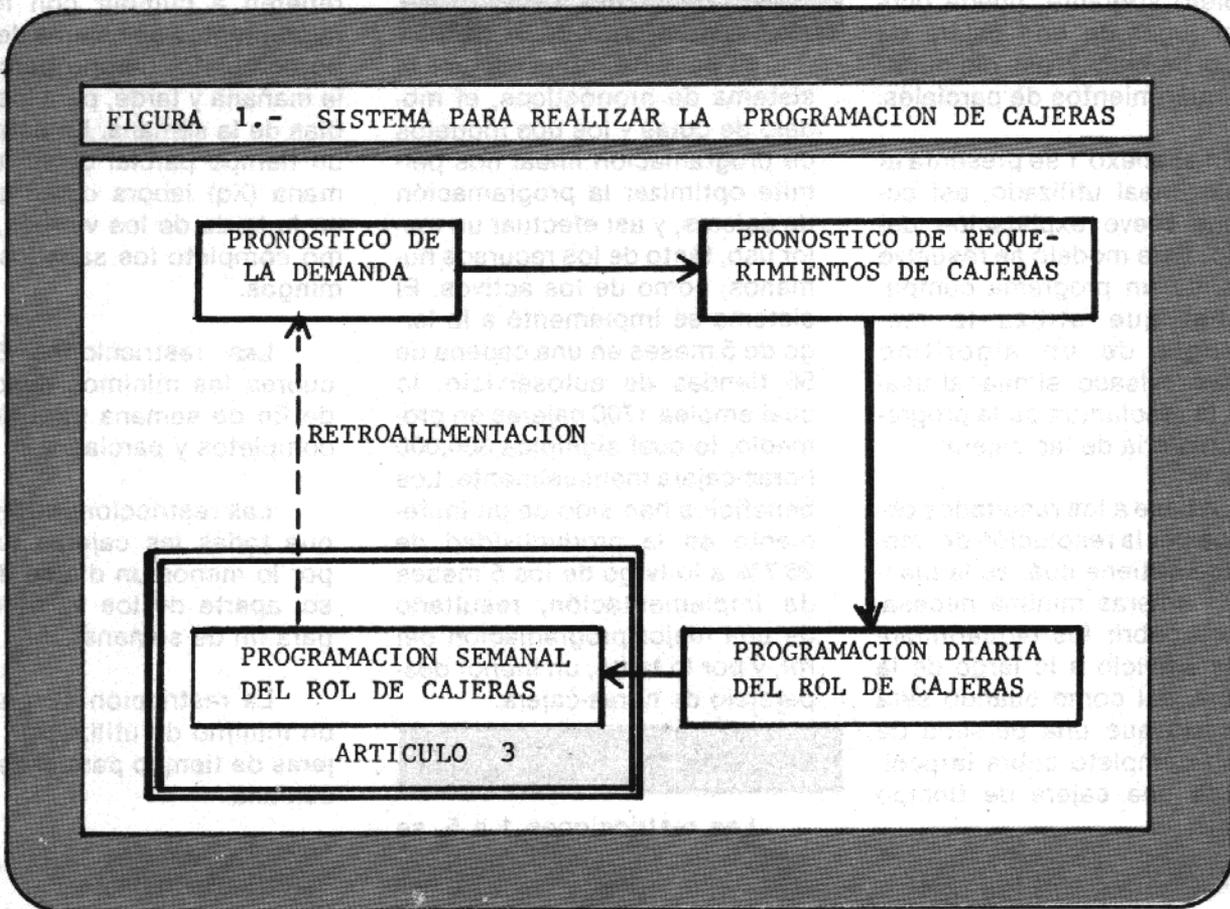
En la actualidad existen muy diversos horarios de cajeras, así como restricciones a los mismos, siendo los más importantes los siguientes:

Tiempo completo.- Laboran cinco o seis días a la semana para completar 48 horas de trabajo, de los cuales tiene derecho a descansar determinado número de fines de semana (sábado y domingo) al mes.

Tiempo Parcial Normal.- Generalmente trabajan seis días a la semana para completar 24 horas de trabajo. Su jornada de trabajo se puede cubrir siempre en la mañana, o en la tarde, con excepción de los fines de semana, que puede intercambiarse su horario.

Tiempo Parcial de fin de semana.- Este personal labora durante tres días a cubrir 24 horas de trabajo, siendo su remuneración igual a un tiempo parcial normal. Generalmente su horario es el siguiente:

— Sábado y Domingo 8 horas c/u y un día extra que generalmente es Viernes o Lunes.



RESTRICCIONES A LA PROGRAMACION

Se tienen que cumplir varias restricciones, al efectuar la programación semanal de cajeras, como son:

- Cubrir los requerimientos de cajeras de tiempo completo, tiempo parcial en la mañana, y tiempo parcial en la tarde.
- Otorgar determinado número de descansos de fin de semana tanto a tiempos completos, como a tiempos parciales (por excepción).
- Para aquellas cajeras que no descansan en fin de semana garantizarles un día de descanso entre semana.
- Utilizar por lo menos una plantilla básica.

Sin embargo la construcción del modelo lineal no es directo, ya que, para realmente efectuar una programación óptima del rol semanal de cajeras, es necesario tomar en cuenta que alguna de las cajeras de tiempo completo o parcial no serían necesarias en algunos días (cajeras sobrantes), sin embargo son disponibles para cubrir otros requerimientos. Por ejemplo, una cajera de tiempo

completo sobrante, puede ocupar el lugar de una cajera de tiempo parcial, y así disminuir los requerimientos de parciales.

En el anexo 1 se presenta el modelo lineal utilizado, así como una breve explicación del mismo. Este modelo se resuelve utilizando un programa computacional que utiliza la metodología de un algoritmo simplex revisado, similar al usado en la resolución de la programación diaria de las cajeras.

En base a los resultados obtenidos por la resolución del modelo, se obtiene cuál es la plantilla de cajeras mínima necesaria para cubrir los requerimientos de servicio a lo largo de la semana, así como cuándo será necesario que una persona de tiempo completo cubra la posición de una cajera de tiempo parcial.

CONCLUSIONES

El paquete integrado por el sistema de pronósticos, el modelo de colas y los dos modelos de programación lineal nos permite optimizar la programación de cajeras, y así efectuar un mejor uso, tanto de los recursos humanos, como de los activos. El sistema se implementó a lo largo de 5 meses en una cadena de 56 tiendas de autoservicio, lo cual emplea 1700 cajeras en promedio, lo cual significa 300,000 horas-cajera mensualmente. Los beneficios han sido de un incremento en la productividad de 26.7% a lo largo de los 5 meses de implementación, resultado de una mejor programación del rol, y por lo tanto, un menor desperdicio de horas-cajera.

EXPLICACION

Las restricciones 1 a 5, se

refieren a cumplir con los requerimientos de cajeras de tiempo completo, tiempo parcial en la mañana y tarde, para los siete días de la semana. En este caso un tiempo parcial de fin de semana (Xq) labora como parcial en la tarde de los viernes, y como completo los sábados y domingos.

Las restricciones 6 a 9 cubren los mínimos descansos de fin de semana para tiempos completos y parciales.

Las restricciones 10 y 11 de que todas las cajeras tomaron por lo menos un día de descanso, aparte de los ya otorgados para fin de semana.

La restricción 12 garantiza un mínimo de utilización de cajeras de tiempo parcial de fin de semana.



<p>El modelo lineal no es el único que puede ser utilizado para resolver este tipo de problemas. Sin embargo, el modelo de programación lineal es el más común y el que se utilizó en este estudio. Este modelo se resuelve utilizando un programa computacional que utiliza la metodología de un algoritmo simplex revisado, similar al usado en la resolución de la programación diaria de las cajeras.</p>	<p>El paquete integrado por el sistema de pronósticos, el modelo de colas y los dos modelos de programación lineal nos permite optimizar la programación de cajeras, y así efectuar un mejor uso, tanto de los recursos humanos, como de los activos. El sistema se implementó a lo largo de 5 meses en una cadena de 56 tiendas de autoservicio, lo cual emplea 1700 cajeras en promedio, lo cual significa 300,000 horas-cajera mensualmente. Los beneficios han sido de un incremento en la productividad de 26.7% a lo largo de los 5 meses de implementación, resultado de una mejor programación del rol, y por lo tanto, un menor desperdicio de horas-cajera.</p>
---	---

MODELO LINEAL ANEXO 1

Min $F = X_9 + W (X_9 + X_{10} + X_{18})$

s.a.

- 1 $X_i - X_{i+1} \geq RC_i$ para $i = 1, 2, 3, 4, 5$
- 2 $X_i - X_{i+1} + X_9 \geq RC_i$ para $i = 6, 7$
- 3 $X_i - X_{i+1} - X_{10} - X_{18} \geq RPT_i$ para $i = 1, 2, \dots, 4, 6, 7$
- 4 $X_i - X_{i+1} + X_{10} - X_{18} + X_9 \geq RPT_i$ para $i = 5$
- 5 $X_i - X_{i+1} + X_{10} - X_{18} + X_8 - X_{18} \geq RPT_i$ para $i = 1, 2, \dots, 7$
- 6 $X_2 \geq DC$
- 7 $X_8 \geq DC$
- 8 $X_{16} + X_{24} \geq DP$
- 9 $X_{17} + X_{25} \geq DP$
- 10 $\sum_{i=2}^8 X_i - X_1 \geq DC$
- 11 $\sum_{i=1}^{13} X_i + \sum_{i=14}^{25} X_i - X_{10} - X_{18} \geq DP$
- 12 $X_9 \geq MPF$

X_9 = plantilla de cajas requerida de tiempo completo

X_{10} = " " " " " " " " parcial (fin de semana)

X_{18} = " " " " " " " " (mañana)

X_{18} = " " " " " " " " (tarde)

X_2 a X_8 = No. de descansos de cajas para los siete días (tiempo completo)

RC_i = Requerimientos de cajas de tiempo completo para el día i

X_{11} a X_{17} = No. de descansos de cajas para los siete días (tiempo parcial en la tarde)

RPT_i = Requerimientos de cajas de tiempo parcial en la tarde, para el día i

X_{19} a X_{25} = No. de descansos de cajas para los siete días (tiempo parcial en la mañana)

DC = Mínimo número de descansos de fin de semana (tiempo completo)

DP = Mínimo número de descansos de fin de semana (tiempo parcial)

MPF = Requerimiento mínimo de parciales de fin de semana