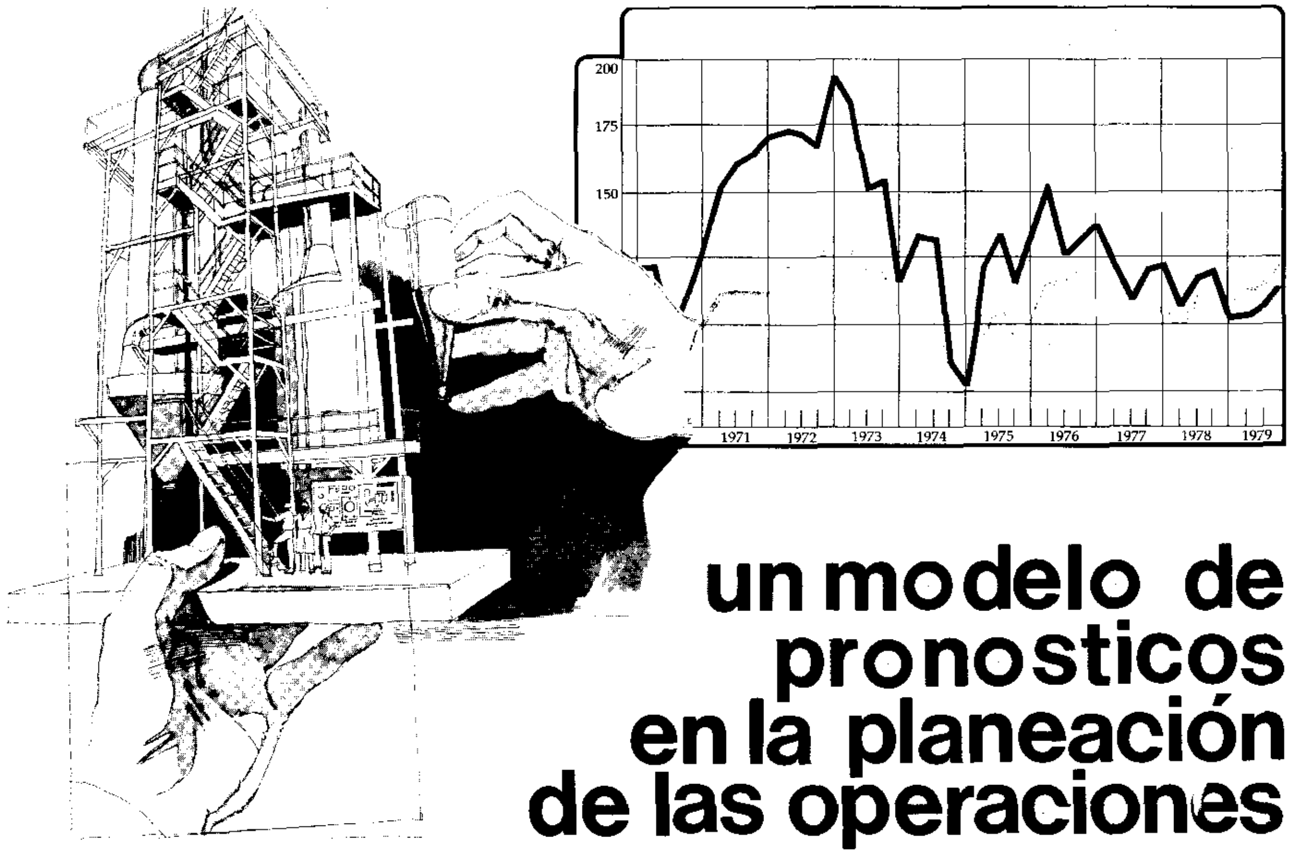


un modelo de pronosticos en la planeación de las operaciones

* Ing. Rubén Martínez Balderas

Definitivamente es difícil hacer un juicio sobre el futuro sin conocer el pasado. Sin embargo, se considera tonto confiar exclusivamente en el pasado para planear el futuro. Este es el dilema de la persona que debe hacer conjeturas sobre un futuro desconocido. Lo recomendable para un tomador de decisiones, es que combine los datos históricos y su interpretación, con los juicios basados en intuición, experiencia y situación actual, para tratar de descifrar los acontecimientos futuros. En una empresa productiva es de capital importancia el conocimiento de la demanda futura, ya que, por medio de ésta, es posible definir los planes de producción, pedidos de materiales, determinación de inventarios, etc., y toda la empresa en general, tendría dinámica, sabiendo qué es lo que se pretende obtener en el futuro.

Sin embargo, como se menciona anteriormente, este conocimiento del futuro puede ser por varios caminos: a) utilización de datos históricos o bien mediante. b) corazonadas o presentimientos; ambos métodos han originado los términos de Pronóstico y Predicción como lo definió Brown (4):

"Pronóstico; significa la proyección del pasado en el futuro".

"Predicción: es reservado para indicar la anticipación del administrador a los cambios y nuevos factores que afectan la demanda".

Para el caso descrito se utilizará el pronóstico, pues se tiene muy poca información para describir la forma subjetiva en que deba actuar el tomador de decisiones al conjeturar acerca del futuro.

Todavía en nuestro país existe cierto rechazo, en la mayoría de las empresas productivas, para utilizar los modelos de pronósticos, y ello tiene su justificación, pues se arguye que la mayoría de los modelos de pronósticos fallan, o bien que no los necesitan para vender su producto.

* Ponencia presentada por el Autor ante el reciente Congreso Nacional de Ingeniería Industrial.

Es aceptable que quienes objetan estos motivos están en lo cierto, pues antes de utilizar cualquier modelo de pronósticos, se deberá determinar si realmente existe la necesidad de modelar la situación dada, o bien, si se pueden estimar las ventas futuras por medios meramente subjetivos o impíricos.

Sin embargo, una cosa sí es cierta, para llevar a efecto un planteamiento de las operaciones de la empresa, es necesario determinar un objetivo de producción, el cual estará basado sobre las expectativas de ventas de la empresa, y es precisamente aquí donde está el punto neurálgico; "definir las ventas futuras". La exactitud que se requiere para estimar las ventas futuras, deberá entonces determinarse en función al costo de cometer un error en el pronóstico, contra el costo que se incurre al pronosticar (o predecir) una situación futura con un determinado grado de precisión. O sea que, los procedimientos sofisticados y costosos para estimar las ventas futuras no deben usarse, a menos que, la *mayor exactitud en las estimaciones hechas* por estos procedimientos signifiquen un ahorro para la empresa mediante una disminución en los inventarios, mejor servicio al cliente, etc.

Debe recordarse sin embargo que un pronóstico de demanda solamente es un estimador, y como tal no se espere que coincida exactamente con el valor real de la demanda, lo que se pretende es que el tomador de decisiones tenga una idea de la posible demanda futura dentro de un cierto rango de variabilidad y con cierto grado de confianza; considerando, por supuesto, que las condiciones del *medio siguen manteniéndose sin cambios* relevantes a aquellas sobre las cuales están basados los pronósticos. Esto posiblemente desilusione a aquellos administradores que crean firmemente en los modelos de pronósticos, sin embargo, puedo asegurar que no existe el modelo de pronóstico perfecto, y todos, *absolutamente todos* los modelos de pronósticos que existen operan suponiendo ciertas consideraciones del medio, las cuales al tener la más insignificante divergencia, fallan al predecir el comportamiento futuro; se pueden desarrollar sin embargo, ciertas medidas de control que nos mantengan en el rango apropiado de ocurrencia de la demanda real.

MODELO DE PRONOSTICO:

El procedimiento presentado aquí pertenece al área de "Análisis de Series de Tiempo", o sea que el conjunto histórico de los datos puede ser observado como compuesto por los siguientes factores: a) Tendencia, b) Variaciones Estacionales, c) Movimientos Cíclicos y d) Fluctuaciones Irregulares.

La tendencia identifica la tasa de crecimiento o disminución de un conjunto histórico de datos o serie a través del tiempo.

Las variaciones estacionales son aquellas fluctuaciones de crecimiento o decrecimiento repentino que se presenta en la serie de tiempo y que se repite durante cierta época del año. Estas variaciones pueden ser de 2 clases:

a).—Aquellas que resulten de fuerzas naturales, como es el caso del incremento de demanda de bebidas frescas durante la época de calor; disminución de la demanda de artículos de vestir ligeros durante la época de invierno, etc., o bien

b).—Aquellas que resulten con condiciones creadas por el hombre, como ocurre con la venta de juguetes y artículos diversos el *día de los* "Reyes Magos", "Día de la Madre", etc.

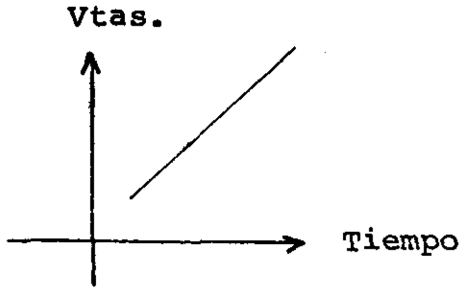
Las variaciones cíclicas son variaciones regulares que se presentan a intervalos largos de tiempo. En nuestro país normalmente, ocurre cada período de 6 años, y finalmente las fluctuaciones irregulares, que son difíciles de predecir, digamos que ocurren debido a una serie de sucesos que resultan imposibles de predecir como huelgas, inundaciones, quiebra de un competidor, etc.

A continuación se muestran varias series de tiempo, indicando los factores preponderantes en cada una de ellas:

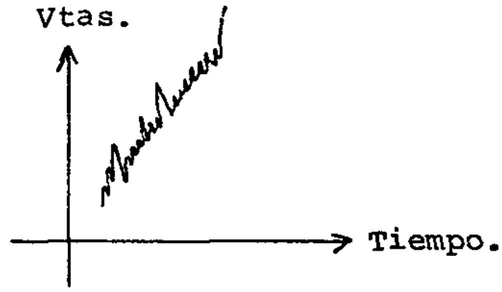
GRAFICA I.–Serie de tiempo.

La suposición básica cuando se operan modelos basados en la serie de tiempos, es que el sistema de causas que originó la serie se seguirá comportando de igual forma en el futuro. O sea que, la demanda de un cierto producto ha ocurrido en el pasado, debido a

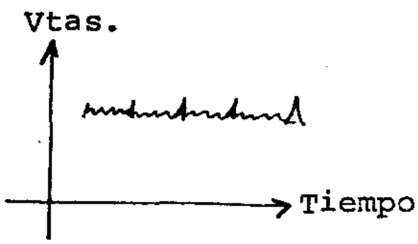
GRAFICA I.- Serie de tiempo.



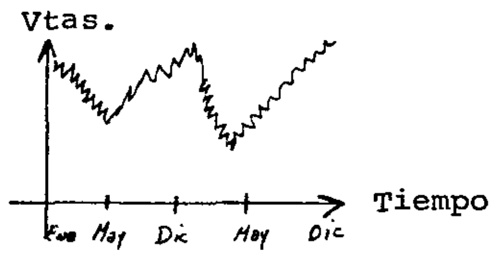
Serie de tiempo con tendencias solamente.
(a)



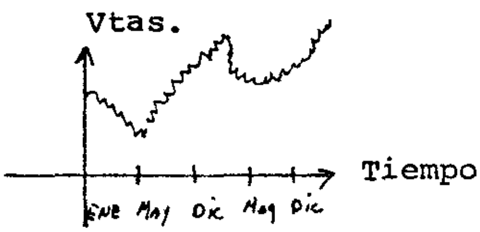
Serie de tiempo con tendencia y fluctuaciones irregulares. (b)



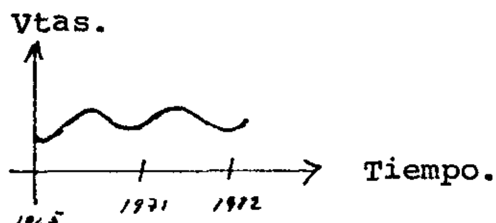
Serie de tiempo constante con fluctuaciones -- irregulares.
(c)



Serie de tiempo con fluctuaciones irregulares y variaciones estacionales
(d)



Serie de tiempo con tendencia, fluctuaciones - irregulares y variaciones estacionales
(e)



Serie con fluctuaciones -- cíclicas.
(f)

ciertos factores (causas) los cuales son difíciles de medir, pero no se pueden negar, pues es precisamente la concurrencia de ellos en un tiempo dado lo que originó que la venta del producto tuviese exactamente ese valor.

O sea que las condiciones del medio, tales como competidores, necesidad del consumidor, precio del producto, situaciones económicas, etc., fueron los factores que concurrieron y dieron origen a esa demanda del producto en un momento dado.

El modelo que se presenta, no pretende identificar las causas, sino únicamente medir sus efectos y supone que si el sistema de causas que ha prevalecido en el pasado continúa, es posible hacer una extrapolación futura mediante la información pasada. Por supuesto que este método se presenta, no porque sea el mejor, como ya se dijo anteriormente, no existe el Método de Pronóstico Perfecto, sino porque es un método simple de analizar que sólo requiere conocimientos de estadística y la técnica de los mínimos cuadrados.

Los datos de demanda que se presentan a continuación fueron tomados de Beigel (2), aunque el procedimiento de solución para efectuar el pronóstico para el tercer año es diferente, y fue tomado de (7).

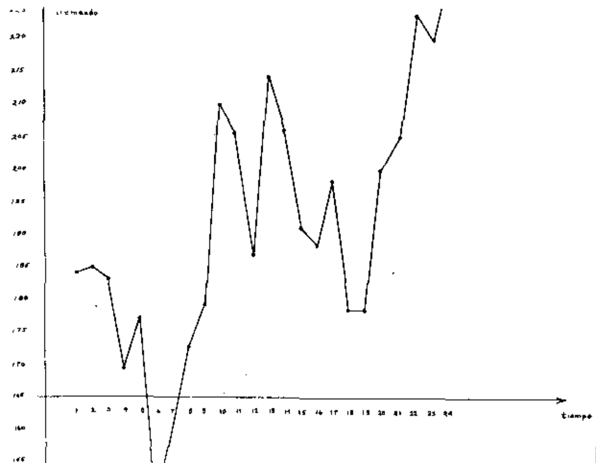
Característica de la demanda durante los últimos dos años.

TABLA 1.—DATOS DE DEMANDA

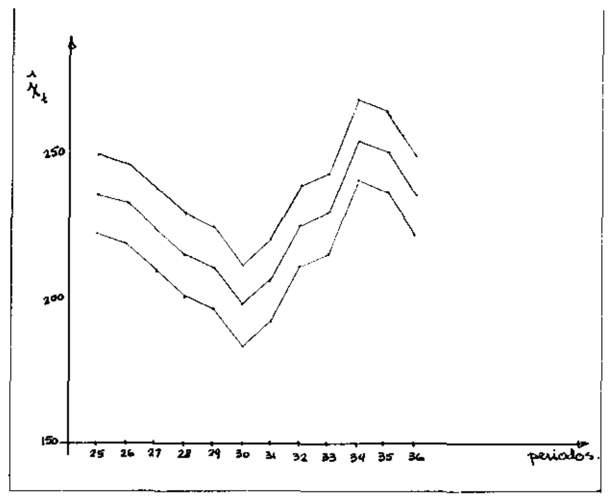
Período	mes	Demanda (Unid.) Año#1 x_t	Período	mes	Demanda (Unid.) Año#2 x_t
1	Ene	184	13	Ene	214
2	Feb	185	14	Feb	206
3	Mar	183	15	Mar	191
4	Abr	169	16	Abr	188
5	May	177	17	May	198
6	Jun	141	18	Jun	178
7	Jul	160	19	Jul	178
8	Ago	173	20	Ago	200
9	Sep	179	21	Sep	205
10	Oct	210	22	Oct	223
11	Nov	206	23	Nov	219
12	Dic	187	24	Dic	245

Lo conveniente al hacer un análisis de los datos, es elaborar una gráfica contra el tiempo, pudiendo de ésta observarse que la serie contiene tendencia, fluctuaciones irregulares y variaciones estacionales.

El procedimiento para establecer un pronóstico para cada período del año 3, será mediante la eliminación de los efectos de tendencia y después las variaciones estacionales, quedando así en la serie exclusivamente las fluctuaciones irregulares, las cuales pueden ser consideradas como si ocurriesen de manera aleatoria o casuísticas. A este conjunto de datos aleatorios se les hace un tratamiento estadístico con el objeto de saber su rango de variación con cierto grado de probabilidad.



GRAFICA II. Comportamiento histórico de la demanda durante los últimos 2 años.



PROCEDIMIENTO:

a).—Determinar los parámetros $\hat{a}$, $\hat{b}$ de la recta de mínimos cuadrados; que hacen que la $\sum_{t=1}^{24} (x_t - \hat{x}_t)^2$ sea mínima.

Donde x_t = la demanda real durante el período t

$\hat{y}_t$ = valor de la recta de regresión en el período t.

Una vez obtenidos los valores $\hat{a}$, $\hat{b}$ la ecuación de la recta de regresión será:

$$\hat{y}_t = \hat{a} + \hat{b}t \qquad (1)$$

t=1,2--------

Donde $\hat{a}$ = estimador del valor de la ecuación de la recta de regresión en el origen o sea cuando t=0 (Se le acostumbra nombrar el nivel de la recta de regresión).

$\hat{b}$ = estimador de la tendencia que sigue el conjunto de datos; si $\hat{b} > 0$ indica que el comportamiento de los datos es creciente; si $b < 0$ indica que existe una decadencia en los valores de la demanda a través del tiempo y finalmente, si $b = 0$ simplemente podemos decir que los datos fluctuan alrededor de un valor promedio.

Por lo tanto el producto $\hat{b}$ t es el valor de la tendencia que corresponde al período t, considerando como punto de partida el valor del nivel de la recta de regresión a.

Por lo tanto si x_t representa la demanda real durante el período t, la cual contiene los elementos de tendencia, variaciones estacionales y fluctuaciones irregulares; y como anteriormente se menciona que $\hat{b}$ t es el valor de la tendencia en ese período t, podemos definir entonces que:

$$x'_t = x_t - \hat{b}t \qquad (2).$$

Donde x'_t representa la demanda real durante el período t, a la cual se le ha eliminado la tendencia, pues $\hat{b}$ sólo representa la tasa de crecimiento o decrecimiento por período, $\hat{b}$ t por lo tanto será el valor de la tendencia en t períodos.

Una explicación apropiada y sencilla del análisis de regresión por el método de los mínimos cuadrados, anteriormente descrito lo encontrará en (3), (4), sin embargo, las ecuaciones para el cálculo de los estimadores a, b será tomado de (5), donde:

$$\hat{a} = \frac{2(2N+1)}{N(N-1)} \sum_{t=1}^{N} x_t - \frac{6}{N(N-1)} \sum_{t=1}^{N} t x_t \qquad (3)$$

$$\hat{b} = \frac{12}{N(N^2-1)} \sum_{t=1}^{N} t x_t - \frac{6}{N(N-1)} \sum_{t=1}^{N} x_t \qquad (4)$$

donde N = No. de datos disponibles para el análisis.

b).— Determinar los valores ajustados a la tendencia de la demanda real, mediante la ecuación (2).

c).— Determinar los índices estacionales por período (Is) utilizando los valores de x'_t

La razón por la que se considera el valor x_t, es por que esta demanda ya no contiene efectos de tendencia, sólo estacionalidad y fluctuaciones irregulares, ver Gráfica I figura (d); como puede observarse en esta figura, los valores de la demanda giran alrededor de un posible promedio, sin embargo en algunos períodos los valores de la demanda se incrementan demasiado, ocurriendo el caca inverso en otros, fenómenos que se repite regularmente a través del tiempo; indicando así que existe una estacionalidad.

El índice estacional I para el período s (I) indicará entonces el alejamiento de la demanda promedio $\bar{x}'_s$ de ese promedio alrededor del cual giran todos los datos; denominado Promedio General por período ($\bar{X}p$) donde: si Is = 1, indicará que la demanda $\bar{x}'_s$ ($\bar{x}'_s$ = demanda promedio ajustada a la tendencia durante el período S), coincide exactamente con $\bar{x}_p$.

Si Is < 1 Indicará que $\bar{x}'_s$ es menor que $\bar{x}_p$

Y si Is > 1 Indicará que $\bar{x}'_s$ es mayor que $\bar{x}_p$

La forma en que se calculan ambas demandas promedio es:

$$\bar{X}_p = \frac{\sum^{N} x'_t}{N}; \qquad (5)$$

$$\bar{X}'_s = \frac{\text{Suma de las demandas } x'_t \text{ que corresponden al período S cada año considerado.}}{\text{No. de datos de demanda.}} \qquad (6)$$

Donde S = Enero, Febrero, Marzo.... Diciembre.

Como se observa, se tendrá entonces durante un año 12 demandas $\bar{x}'_s$ (correspondiendo un valor para cada mes).

Entonces, el cálculo de los índices estacionales (en este caso específico; por mes), se realizará de la siguiente forma:

$$Is = \frac{\bar{X}_s}{\bar{\bar{X}}p} \quad (7)$$

Donde S = 1, 2, ..., 12 o bien
S = Enero, Febrero, ... Diciembre
Is = Indice estacional para el mes S

Cabe mencionar que no siempre el indicar de tiempo S es de un mes, ocurre con cierta frecuencia que S indica trimestres c tetramestres; siendo entonces Is un índice estacional trimestral o tetramestral respectivamente.

d).—Determinar los valores de la demanda ajustada a la espacionalidad y a la tendencia X"t de la siguiente forma:

$$X''_t = \frac{X'_t}{I_s} \quad (8)$$

t = 1, 2, ..., N
S = 1, 2, ..., 12

donde se tendrán tantos valores X''_t (S = Enero) como demandas reales de Enero se tengan.

Se observa de la ecuación (8) que:

Si Is = 1 X''_t = X'_t No hay modificación
Si Is < 1 X''_t > X'_t Si hay modificación

y tratará de compensar la estacionalidad presente e nese período; situación opuesta ocurre si Is > 1.

e).—Con los valores de la demanda ajustada a la tendencia y a la estacionalidad X''_t calcular el valor de $\hat{S}_{X''_t}$ (estimador de la desviación estandar de los datos de demanda X''_t alrededor de $\bar{X}_p$). El cálculo de $\hat{S}_{X''_t}$ es posible, pues se supone que los valores de X''_t son fluctuaciones irregulares, impredecibles o bien dicho de otra manera son valores de una variable aleatoria que está siendo definida por las condiciones del medio.

Suponemos que si las condiciones del medio se siguen manteniendo en el futuro, el valor de $\hat{S}\bar{X}''_t$ se seguirá conservando igual período tras período.

Usted probablemente se estará preguntando el motivo por el cual se deba calcular el valor de $\hat{S}X''_t$ Pues bien, si las condiciones del medio se siguen manteniendo, las fluctuaciones irregulares se repetirán como ya se dijo. Sin embargo, no sabemos el valor exacto que ocurrirá *en cada período futuro, pero si podemos* saber el rango de variación que tendrán estas fluctuaciones irregulares con un cierto grado de confiabilidad, y es precisamente esta información la que puede ser obtenida si se conoce el valor de $\bar{X}_p$ y de $\hat{S}X''_t$. Dicho de otra forma, esta información es estupenda para definir medidas de control del pronóstico que detecten con alto grado de confiabilidad cuando las condiciones del medio (o sistema de causas) ya no *se siguen manteniendo, en cuyo caso* nuestro modelo de pronóstico ya no sería confiable y habría la necesidad de cambiarlo, o bien, hacer los ajustes necesarios para se que adapte a las condiciones actuales del medio.

Por supuesto que si únicamente se conoce el valor promedio $\bar{X}p$ y el estimador de la desviación estandard $\hat{S}X''_t$ se deberá recurrir a métodos que describan valores aproximados del rango de variación de la variable aleatoria, como es el caso de aplicar el *Teorema de Chevyshev, sin embargo, si es posible* que la distribución de frecuencias que muestre la variable aleatoria X''_t pueda ser ajustada a una distribución teórica conocida, entonces el rango de variación y su confiabilidad asociada pueden ser definidos de manera más precisa. Para el ejemplo descrito a continuación se ajustará la distribución de la demanda X''_t *a una* Distribución Normal, usando la Técnica de Bondad de Aiuste.

f).—Finalmente, elaborar pronósticos para los siguientes doce períodos, mediante:

$$\hat{X}_t = \hat{b}t + \bar{X}_p \times I_s \quad (9)$$

t = 25, 26, ..., 36
S = 1, 2, ..., 12

$\hat{x}_t$ = Pronóstico de demanda para el período t.

Los límites superiores e inferiores de control, para este caso particular, del ejemplo que se mencionará, donde se trata de una Distribución Normal, serán:

$$LSC = \hat{X}_P + Z\,\hat{S}x''_t$$
$$LIC = \hat{X}_P - Z\,\hat{S}x''_t \qquad (10)$$

LSC = Límite Superior de Control
LIC = Límite Inferior de Control
Z = Variable aleatoria correspondiente a una distribución Normal Estandard.

Como puede observarse en la ecuación (9) el pronóstico para el período t, es la combinación de los factores que se han estado tratando, o sea: el promedio general que se mantiene a través del tiempo, que es afectado durante ciertos períodos por el Indice Estacional correspondiente Is y el valor correspondiente a la tendencia en ese período.
A continuación, se pronosticará la demanda para el año No. 3 del ejemplo antes mencionado, estableciendo además límites de control del 95% de confiabilidad.

A).—Cálculo de los estimadores $\hat{a}$, $\hat{b}$.

TABLA 2.—Tabla para determinar los parámetros de la recta de regresión.

(t) Período	(X_t) Demanda	tX_t	(t) Período	(X_t) Demanda	tX_t
1 —	184 —	184	13 —	214 —	2782
2 —	185 —	370	14 —	206 —	2884
3 —	183 —	549	15 —	191 —	2865
4 —	169 —	676	16 —	188 —	3008
5 —	177 —	885	17 —	198 —	3366
6 —	141 —	846	18 —	178 —	3204
7 —	160 —	1120	19 —	178 —	3382
8 —	173 —	1384	20 —	200 —	4000
9 —	179 —	1611	21 —	205 —	4305
10 —	210 —	2100	22 —	223 —	4906
11 —	206 —	2266	23 —	219 —	5037
12 —	187 —	2244	24 —	245 —	5880
	2154	14235		2445	45619

$$\sum_{t=1}^{24} X_t = 4599$$
$$\hat{a} = 165.902$$
$$\hat{y}_t = 165.902 + 2.0578\ t.$$

$$\sum_{t=1}^{24} = 59854$$
$$\hat{b} = 2\ 0578$$
$$t = 1,\ 2, \ldots\ 24$$

b).—Cálculo de la demanda ajustada a la tendencia, utilizando la ecuación:

$$X'_t = X_t - \hat{b}t$$

c).—Cálculo de los Indices Estacionales.

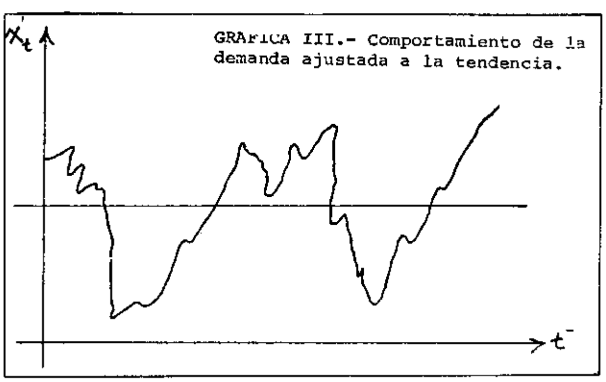
$$I_s = \frac{\bar{X}'_s}{\bar{X}_p}$$

TABLA 3.—Tabla de Demandas Ajustadas a la Tendencia e Indices Estacionales.

Período X'_t		Período X'_t		Suma de Demanda por período	$\bar{X}_s$	I_s
1 —	182 —	13 —	187	369 —	184.5 —	1.112
2 —	181 —	14 —	177	358 —	179.0 —	1.079
3 —	177 —	15 —	160	337 —	168.5 —	1.015
4 —	161 —	16 —	155	316 —	158.0 —	0.952
5 —	167 —	17 —	163	330 —	165.0 —	0.994
6 —	129 —	18 —	141	270 —	135.0 —	0.813
7 —	146 —	19 —	139	285 —	142.5 —	0.859
8 —	157 —	20 —	159	316 —	158.0 —	0.952
9 —	160 —	21 —	162	322 —	161.0 —	0.970
10 —	189 —	22 —	178	367 —	183.5 —	1.106
11 —	183 —	23 —	172	355 —	177.5 —	1.070
12 —	162 —	24 —	196	358 —	179.0 —	1.079
		TOTAL:		3983		

$$\sum_{t=1}^{N} X'_t = 3983 \quad \text{así} \quad \bar{X}_p = \frac{3983}{24} = 165.95$$

Con el objeto de observar el comportamiento de la demanda X_t' , se muestra a continuación su comportamiento a través del tiempo.



GRAFICA III.- Comportamiento de la demanda ajustada a la tendencia.

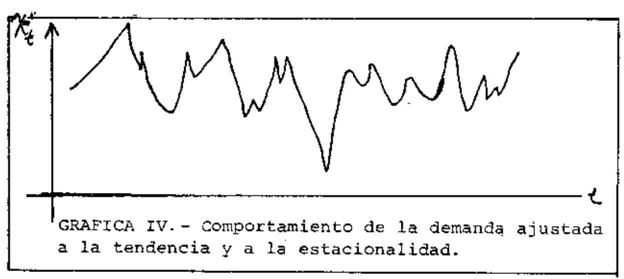
D).—Cálculo de la demanda ajustada a la Estacionalidad y a la tendencia.

$$X_t' = \frac{X'_t}{I_s}$$

Ver tabla siguiente y gráfica IV).

TABLA 4.—Tabla de demandas ajustadas a la tendencia y a la estacionalidad.

t	X_t'	t	X_t'
1	164	13	168
2	168	14	164
3	174	15	158
4	169	16	163
5	168	17	164
6	159	18	173
7	170	19	151
8	165	20	167
9	165	21	167
10	171	22	161
11	171	23	161
12	150	24	182



GRAFICA IV.- Comportamiento de la demanda ajustada a la tendencia y a la estacionalidad.

Como estos valores se supone siguen un comportamiento aleatorio, se pueden agrupar en una tabla de distribución de frecuencia (ver tabla 5) con el objeto de calcular los estimadores

TABLA 5.—Tabla de distribución de frecuencia de los valores.

		MC	F	frec	u	fu	u^2	fu^2
150 — 153	149.5 — 153.5	151.5	11	2	—4	— 8	16	32
154 — 157	153.5 — 157.5	155.5		0	—3	0	9	0
158 — 161	157.5 — 161.5	159.5	1111	4	—2	— 8	4	16
162 — 165	161.5 — 165.5	163.5	~~1111~~1	6	—1	— 6	1	6
166 — 169	165.5 — 169.5	167.5	~~1111~~1	6	0	0	0	0
170 — 173	169.5 — 173.5	171.5	1111	4	1	4	1	4
178 — 181	177.5 — 181.5	175.5	1	1	2	2	4	4
182 — 185	181.5 — 185.5	179.5		0	3	0	9	0
174 — 177	173.5 — 177.5	183.5	1	1	4	4	16	16
	C = 4			24		—12		78

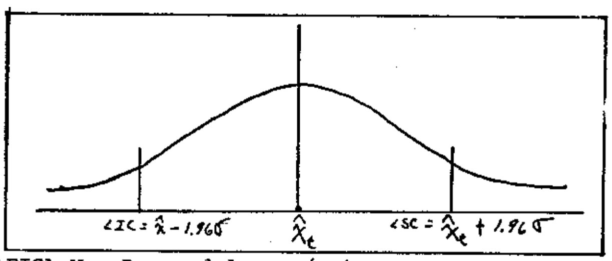
$$\bar{X} = A + \left(\frac{\sum f u}{N}\right) c = 167.5 + \left(\frac{-12}{24}\right) 4 = 165.5$$

$$\hat{S} = c\sqrt{\left(\frac{\sum f u^2}{N-1}\right) - \left(\frac{\sum f u}{N-1}\right)^2} = 4\sqrt{\frac{78}{23} - \left(\frac{12}{23}\right)^2} = 7.064$$

NOTA: Para el cálculo de $\bar{X}$ y $\hat{S}$ se utilizó el método corto, mencionado por Murray R. Spegel (6).

Con el objeto de hacer un tratamiento estadístico más exacto, se usa la técnica de Bondad de Ajuste para aproximar a la función de densidad Normal.

GRAFICA V.—Rango del pronóstico con 95% de confiabilidad.



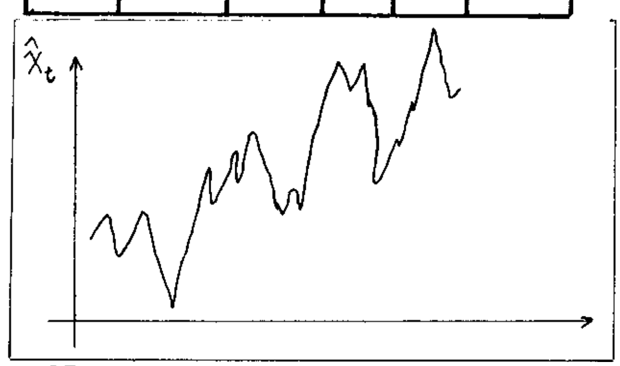
\FICA V.- Rango del pronóstico con 95% de confia

E).—Cálculo del pronóstico y sus límites de control para el año No. 3 mediante.

$$\hat{X}_t = \hat{b}t + \bar{X}_p I_s$$

TABLA 7.—Tabla que muestra el pronóstico y sus límites de control.

Periodo t	$\hat{b}t$	$I_s \bar{X}_p$	LIC	$\hat{X}_t$	LSC
25	51.45	184.54	222	236	250
26	53.50	179.07	219	233	247
27	55.56	168.45	210	224	238
28	57.62	157.99	202	216	230
29	59.68	164.96	211	225	239
30	61.73	134.92	183	197	211
31	63.79	142.56	192	206	220
32	65.85	157.99	210	224	238
33	67.91	160.98	215	229	243
34	69.97	183.55	240	254	268
35	72.02	177.58	236	250	264
36	74.08	179.07	221	235	249



GRAFICA 6.—Comportamiento del pronóstico y sus límites de control.

CONLUSIONES:

Recordando nuevamente que el Modelo de pronóstico realmente lo que proporciona no es un valor de la demanda, sino un valor estimado de la demanda en el futuro, el cual esperamos caiga con un cierto grado de confiabilidad dentro de los límites de control previamente definidos.

O sea que lo que detectamos es el rango de variación de la demanda y desde luego el valor esperado de ésta, y que además aceptamos que coincida con el valor real que la demanda tendrá en el futuro.

Por otra parte las limitaciones para un modelo como el aquí descrito son las siguientes:

a).—El comportamiento de las causas que han prevalecido en el pasado continuarán en el futuro.

b).—El Modelo de Regresión solo es válido en el intervalo de tiempo en que se hace el análisis, sin embargo el modelo que se elaboró se hace con el propósito de extrapolar la información.

TABLA 6.—Tabla para obtener las frecuencuencias esperadas del proceso, suponiendo que existe normalidad.

Límites Reales	Variables para el límite real inferior	Area Bajo la curva normal de-a z.	Area de cada intervalo	Frecuencia esperada		Frecuencia observada	
149.5-153.5	—2.265	0.0116	0.0330	0.792		2	
153.5-157.5	—1.698	0.0446	0.0846	2.030	6.552	0	6
157.5-161.5	—1.132	0.1292	0.1551	3.730		4	
161.5-165.5	—0.566	0.2843	0.2157	5.180		6	
163.3-169.3	0	0.5	0.2157	5.180		6	
169.5-173.5	0.566	0.7157	0.1551	3.730		4	
173.5-177.5	1.132	0.8708	0.0846	2.030	6.772	1	6
177.5-181.5	1.698	0.9554	0.0330	0.792		0	
181.5-185.5	2.265	0.9884	0.0093	0.220		1	
185.5-189.5	2.830	0.9977					

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\text{frec. obs.} - \text{frec. especaradas})\ 2}{\text{Frec. esperadas}} = \frac{(6\text{-}6.6652)\ 2}{6.552} +$$

$$\frac{(6-5.18)\ 2}{5.18} + \frac{(6-5.18)\ 2}{5.18} + \frac{(6-6.772)\ 2}{6.772} = 0.0465 + 0.1298 + 0.1298 + 0.0880 = 0.3941$$

ν = No. de grados de libertad = k - 1 - m = 4 1 2 = 4 - 3

ν = 1

m = No. de parámetros que debieran estimarse.

Puesto que $\chi^2_{0.95} = 3.84$ que es mayor $\chi^2 = 0.3941$ valor obtenido con los datos, implica que el ajuste es bueno con 95% de confianza.

O sea existe una amplia confiabilidad al suponer que el comportamiento de los datos está normalmente distribuído, con media $\mu = 165.5$ y desviación estandard $\sigma = 7.064$, con toda la información obtenida, y para un grado de confiabilidad del 95% se determina el pronóstico y los límites de control como lo muestra la Gráfica V.

c).—La desviación de los datos alrededor del valor promedio se supone constante a través del tiempo.

Aún con estas limitaciones el método descrito se ha utilizado ampliamente y ha proporcionado buenos resultados en los casos donde se han considerado apropiadamente las limitaciones bajo las cuales opera.